KARNAUGH' KAARDID

Karnaugh' kaart on funktsiooni *tõeväärtustabeli* sihipärane topoloogiline ümberpaigutus tasandil või ruumis.

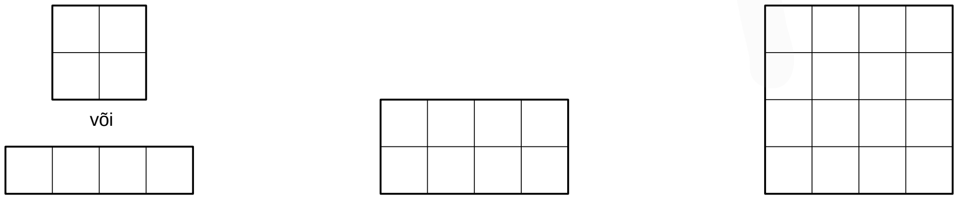
Tõeväärtustabeli igale reale vastab kaardil üks ruut.

Karnaugh' kaartide topoloogia

2–muutuja Karnaugh' kaart on tabel mõõtmetega **2×2** (või **1×4**) ruutu ;

3–muutuja Karnaugh' kaart on tabel mõõtmetega **2×4** = 8 ruutu ;

4–muutuja Karnaugh' kaart on tabel mõõtmetega **4×4** = 16 ruutu ;

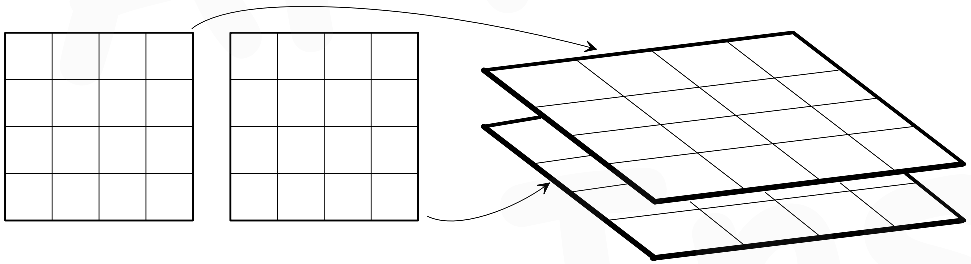


2 - muutuja Karnaugh' kaart | **3 - muutuja** Karnaugh' kaart | **4 - muutuja** Karnaugh' kaart

2– , **3**– ja **4–muutuja** kaardid on **2**–mõõtmelised ehk **tasandilised**.

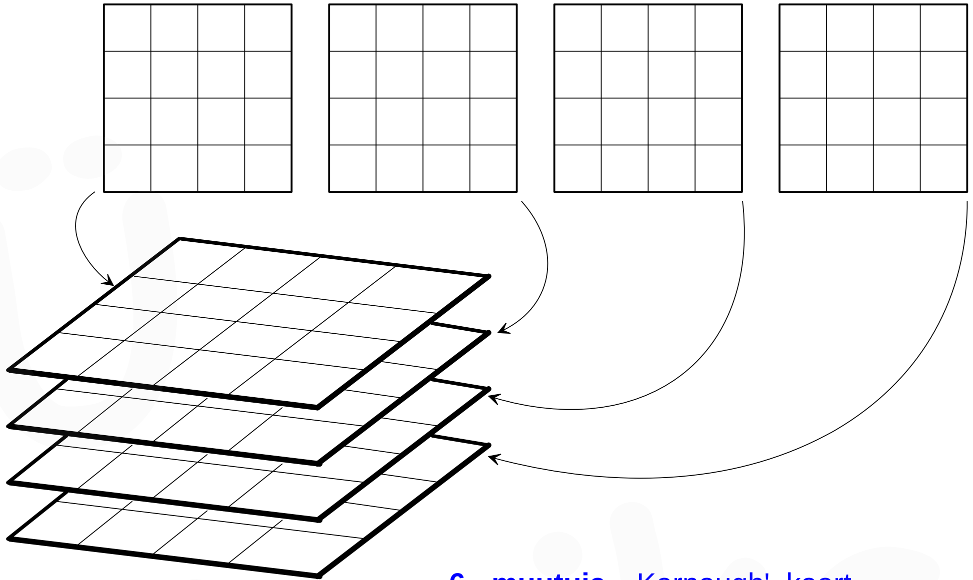
5– ja **6–muutuja** kaardid on **3**–mõõtmelised ehk **ruumilised**.

5–muutuja Karnaugh' kaart on tabel mõõtmetega **$2 \times 4 \times 4$** = 32 ruutu ;



5 - muutuja Karnaugh' kaart

6–muutuja Karnaugh' kaart on tabel mõõtmetega **$4 \times 4 \times 4$** = 64 ruutu ;



6 - muutuja Karnaugh' kaart

Karnaugh' kaartide põhiomadused

Karnaugh' kaardil on **2** põhiomadust.

1. põhiomadus

kaardi iga ruudu <u>naaberruutude arv</u> võrdub kaardi muutujate arvuga

Seega:

2–muutuja Karnaugh' kaardi igal ruudul on **2** naaberruutu ;

3–muutuja Karnaugh' kaardi igal ruudul on **3** naaberruutu ;

4–muutuja Karnaugh' kaardi igal ruudul on **4** naaberruutu ;

5–muutuja Karnaugh' kaardi igal ruudul on **5** naaberruutu ;

6–muutuja Karnaugh' kaardi igal ruudul on **6** naaberruutu ;

6–muutuja kaart on suurim Karnaugh' kaart.

7–muutuja kaarti ei eksisteeri, sest 3–mõõtmelise ruumi võimalused on 6–muutuja kaardiga ammendatud ehk ruudu 7ndat naabrit pole ruumis enam kuhugi paigutada.

Argumentvektorite paiknemine kaardi ruutudes

Kaardi igale ruudule vastab loogikafunktsiooni üks argumentvektor (milleks on mingi **n**–järguline 2ndvektor).

2. põhiomadus

suvalise kahe naaberruudu argumentvektorid on teineteise lähiskoodid

(meenutame et, *lähiskoodid* on kahendvektorid, mis erinevad teineteises **ainult ühes** oma kahendjärgus)

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	0 000	1 001	3 011	2 010
1	4 100	5 101	7 111	6 110

3-muutuja Karnaugh' kaart

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	0 0000	1 0001	3 0011	2 0010
01	4 0100	5 0101	7 0111	6 0110
11	12 1100	13 1101	15 1111	14 1110
10	8 1000	9 1001	11 1011	10 1010

4-muutuja Karnaugh' kaart

näide:

3-muutuja loogikafunktsiooni $f(x_1x_2x_3) = x_1\overline{x_2} \vee x_3$ tõeväärtustabel:

$x_1\,x_2\,x_3$	$x_1\overline{x_2} \vee x_3$
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

... paikneb 3-muutuja Karnaugh' kaardil:

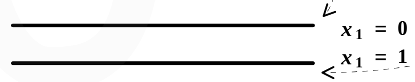
$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	0 00000	1 00001	3 00011	2 00010
01	4 00100	5 00101	7 00111	6 00110
11	12 01100	13 01101	15 01111	14 01110
10	8 01000	9 01001	11 01011	10 01010

$x_1 = 1$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	16 10000	17 10001	19 10011	18 10010
01	20 10100	21 10101	23 10111	22 10110
11	28 11100	29 11101	31 11111	30 11110
10	24 11000	25 11001	27 11011	26 11010



5-muutuja Karnaugh' kaart
(kolmemõõtmeline !)

$x_1x_2 = 00$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	0 000000	1 000001	3 000011	2 000010
01	4 000100	5 000101	7	6
11	12	13	15 001111	14 001110
10	8 001000	9	11	10

$x_1x_2 = 01$

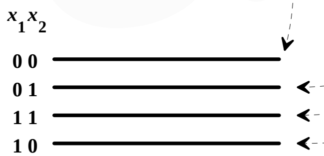
$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	16 010000	17 010001	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31 011111	30 011110
10	24 011000	25	27	26

$x_1x_2 = 11$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	48 110000	49	51	50
01	52	53	55	54
11	60	61	63 111111	62 111110
10	56 111000	57	59	58

$x_1x_2 = 10$

$x_3x_4 \backslash x_5x_6$	00	01	11	10
00	32 100000	33 100001	35	34
01	36	37	39	38
11	44	45	47 101111	46 101110
10	40 101000	41	43	42



6-muutuja Karnaugh' kaart
(kolmemõõtmeline)

Kontuurid

Karnaugh' kaardil valitakse välja kindlate mõõtmetega ruutude gruppe, mida nimetatakse **kontuurideks**.
Tasandilise kaardi *kontuurid* on ristkülikud lubatud küljepikkustega

$2^{\text{täisarv}}$ ehk $\mathbf{2^m \times 2^n}$ ruutu.

2-mõõtmelise Karnaugh' kaardi kontuuride võimalikud suurused on järgnevad :

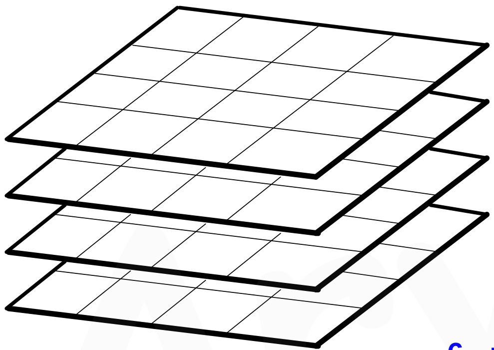
1×1 ruutu
1×2 ruutu

1×4 ruutu
2×2 ruutu
2×4 ruutu
4×4 ruutu

$2^m \times 2^n$

3-mõõtmelise Karnaugh' kaardi kontuuride võimalikud suurused :

$1 \times 1 \times 1$ ruutu
$1 \times 1 \times 2$ ruutu
$1 \times 1 \times 4$ ruutu
$1 \times 2 \times 1$ ruutu
$1 \times 2 \times 2$ ruutu
$1 \times 2 \times 4$ ruutu
. . . .
$4 \times 4 \times 4$ ruutu

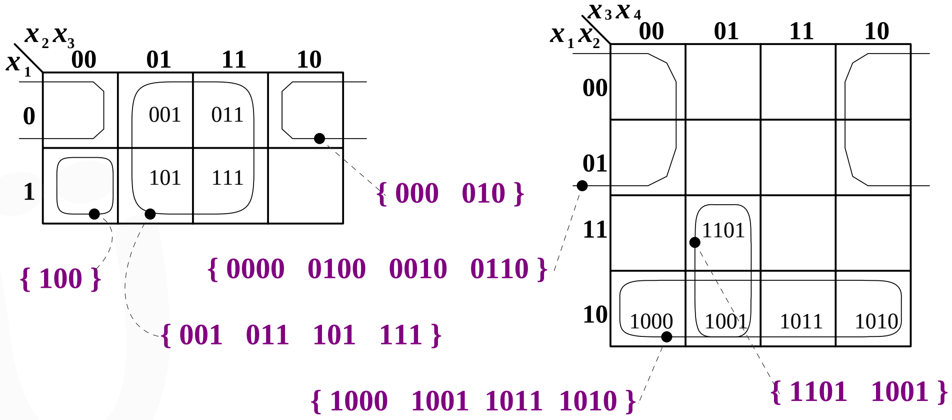


6 - muutuja Karnaugh' kaart

Seega pole Karnaugh' kaardi kontuurideks ruutudegrupid küljepikkusega **3** ruutu. Ülejäänud võimalikud küljepikkused (mis mahuvad kaardile) on kontuuridel lubatud. Kontuuri küljepikkus $2^3 = 8$ ruutu ei mahu enam füüsiliselt isegi suurimale Karnaugh' kaardile.
Seega osutuvad kontuuride võimalikeks küljepikkusteks **1** **2** ja **4** ruutu.

Kontuuride seos intervallidega

Meenutame, et 2ndvektorite teatud kindlate tunnustega hulka nimetatakse *intervalliks*.
Karnaugh' kaardi **iga kontuur** vastab kahendvektorite mingile **intervallile**:

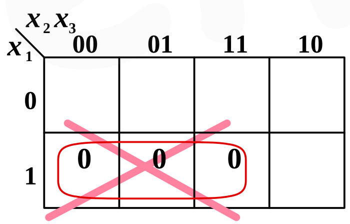


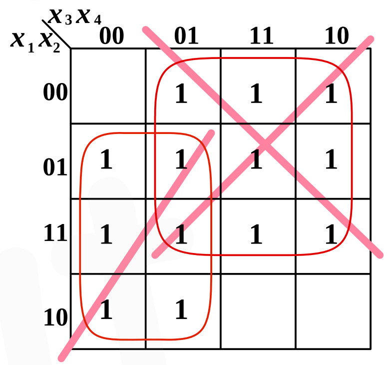
suvalised kontuurid ja nendele vastavad **intervallid**

Mistahes kontuuri koosseisu kuuluvatele ruutudele vastavad argumentvektorid moodustavad *intervalli*.

! *tüüpiline viga:*

kontuuri küljepikkus pole kunagi **3 ruutu !**
(s.t. kaardil ei tohi valida sellist kontuuri, mille mistahes küljepikkus on 3)





valestivalitud "kontuurid"

Karnaugh' kaardi piirkonnad

n-muutuja kaardil on **2n** omavahel kattuvat piirkonda (ruutude gruppi):

$x_1 = 0$ $x_1 = 1$ $x_2 = 0$ $x_2 = 1$ . . . . . $x_n = 0$ $x_n = 1$

Kaardi piirkondi võib tähistada vastavalt:

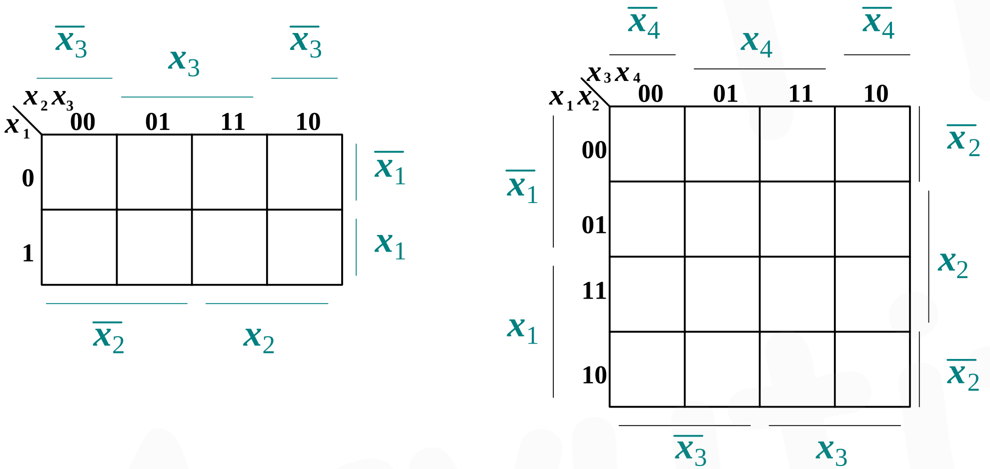
$\bar{x}_1$ x_1 $\bar{x}_2$ x_2 .... $\bar{x}_n$ x_n

Piirkondade suurus

Iga piirkond on täpselt **"pool kaarti" suur** ehk tema koosseisu kuuluvad (suvalise kaardi korral) täpselt **pooled** kaardi kõikidest ruutudest.

Piirkonnad kattuvad omavahel.

Järgmisel joonisel on näidatud 3-muutuja kaardi kõik **6** piirkonda (igaühe suurus on 4 ruutu) ja
4-muutuja kaardi kõik **8** piirkonda (iga piirkond on 8-ruuduline):



Karnaugh' kaardi **piirkonnad**

Loogikafunktsioonide minimeerimine

Loogikafunktsiooni *minimeerimine* on tema esitamine minimaalse keerukusega normaalkujul — **Minimaalsel Disjunktiivsel NormaalKujul** (MDNK) või **Minimaalsel Konjunktiivsel NormaalKujul** (MKNK).

Loogikafunktsioone võib minimeerida nende avaldise teisendamisega *loogikaalgebra põhiseoseid* ja *loogikatehete asendusseoseid* kasutades.

Loogikafunktsiooni minimeerimine Karnaugh' kaardi abil

Loogikafunktsiooni minimeerimine on Karnaugh' kaardi põhiline rakendusvaldkond.

Karnaugh' kaart on kõige eelistatum minimeerimisvahend, kuid ta on rakendatav ainult kuni 6-muutuja loogikafunktsioonide korral.

ülesanne:

Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK 4-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \ldots x_4) = \prod(1,\ 4,\ 5,\ 9,\ 11,\ 12,\ 13,\ 15)_0 \quad (3,\ 14)_-$$

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

x_1x_2 \ x_3x_4	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MDNK ja MKNK leidmised on teineteisest sõltumatud ja nad võib leida ükskõik kumbas järjekorras.

Leiame esimesena **MDNK**

! DNK saadakse alati loogikafunktsiooni **1de piirkonnast !**

Kontuuride valimise reeglid

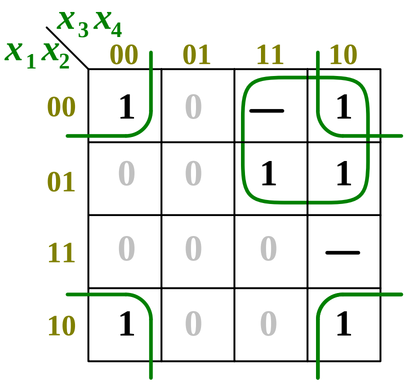
TTÜ Arvutitehnika Instituut

1. Katame kaardil asuvad **1**de ruudud **suurimate** kontuuridega, kasutades seejuures **võimalikult vähe** kontuure. (**0**-lle ei tohi valida **1**-de kontuuridesse)

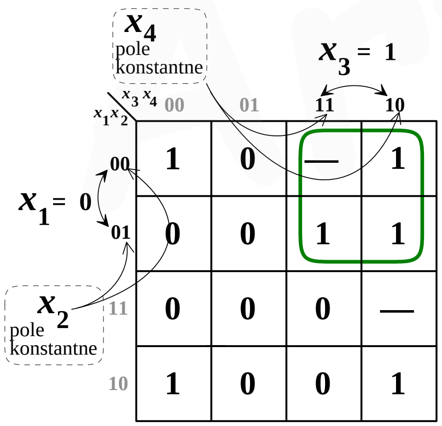
2. *Määramatuse* ruute tohib seejuures kontuuridega katta, kuid ei pea katma. *Määramatusi* katame kontuuridega ainult siis, **kui see aitab kasvatada veelgi suuremaks mõnda niikuinii vajalikku kontuuri**.

3. **Kontuurid tohivad kattuda** — peavad olema suurimad võimalikud.

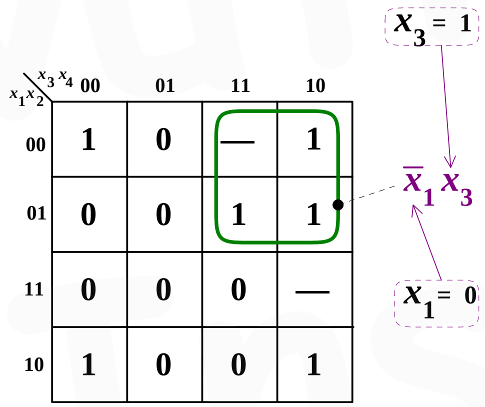
parim kontuuridevalik selle funktsiooni **1**-de piirkonna jaoks:



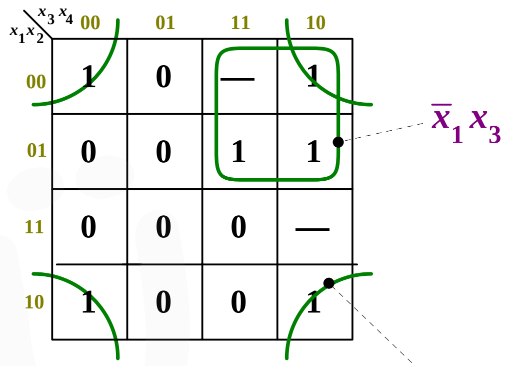
MDNK väljakirjutamiseks analüüsime ühekaupa igat valitud kontuuri, (suvalises järjekorras, üks kontuur korraga)



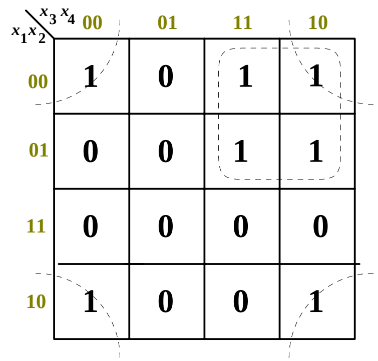
konstantsed muutujad vaadeldavas kontuuris



1-de kontuurile vastav **elementaarkonjunktsioon**



1-de kontuuridele vastavad **elementaarkonjunktsioonid**



osaliselt määratud funktsiooni MDNK-esituseks valitud **täielikult määratud funktsioon**

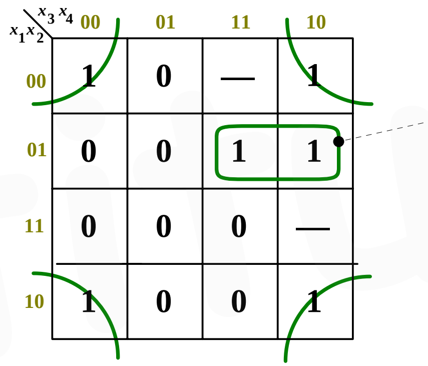
MDNK :

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

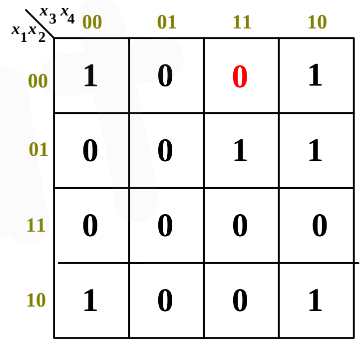
Osaliselt määratud funktsioon on sellega "lõpuni määratud"

kontuuride äravalimine toob endaga koheselt kaasa ka senise *osaliselt määratud* loogikafunktsiooni lõpunimääramise *täielikult määratud* funktsiooniks (ehk *määramatuspiirkond* saab ärajaotatud **1**de ja **0**de piirkonna vahel).

*kui oleks valitud **1**de katmiseks 4ruudulise asemel ehk 2ruuduline kontuur ?*



ebaoptimaalsem kontuuridevalik 1de katmiseks



. . . selle kontuurivalikuga oleks esindajaks valitud selline **täielikult määratud funktsioon**

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

väiksemas kontuuris on **rohkem** konstantseid muutujaid, mis põhjustab enamate liikmetega (ehk **keerukamat**) loogikaavaldist/normaalkuju.

. . . järelikult tasub valida SUURIMAD võimalikud kontuurid, misjuhul tuleb avaldisse VÄHIM arv algterme x_i ehk saame minimaalseima normaalkuju.

MDNK leitud ja analüüsitud — edasi leiame samale funtsioonile **MKNK**

! KNK saadakse alati loogikafunktsiooni **0de piirkonnast !**

MKNK leidmisel teeme kõik samad toimingud, kuid **duaalselt vastupidi** :
katame suurimate võimalike kontuuridega **0**-de piirkonna ehk **0**-de ruudud:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

esimesena märgatav
kontuuridevalik

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

teine võimalik / sobiv
kontuuridevalik

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

kolmas võimalik / sobiv
kontuuridevalik

ükski 3st sobivast kontuuridevalikust pole ülejäänud kahe suhtes parem / pole eelistatud, kuna kõik nad kasutavad **3** tk **4**-ruudulisi kontuure ehk kõik nad annavad **sama keerukusega KNK**

Kirjutame MKNK välja esimesest kontuuridevalikust:

TTÜ Arvutitehnika Instituut

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

esimesena märgatav kontuuridevalik

MKNK keerukus on kontuuride **arvust** ja nende **suurusest** tulenevalt :

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (x \vee x)(x \vee x)(x \vee x)$$

MKNK:

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$$

tähistame leitud MDNK ja MKNK:

$$f_K = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$$

$$f_D = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

vaatleme, milleks arvutuvad leitud normaalkujud *määramatuspiirkonnas.*

Milleks arvutub leitud MDNK funktsiooni **määramatuspiirkonnas** ?

$$f_D(0011) = ?$$

$$f_D(1110) = ?$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$$f_D(0011) = 1$$

$$f_D(1110) = 0$$

$$f_K = (\bar{x}_2 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$$

milleks arvutub leitud MKNK funktsiooni **määramatuspiirkonnas** ?

$$f_K(0011) = ?$$

$$f_K(1110) = ?$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

MKNK leidmise kontuuridevalik

$$f_K(0011) = 1$$

$$f_K(1110) = 1$$

TTÜ Arvutitehnika Instituut

? kas leitud MDNK ja MKNK on teineteisega loogiliselt võrdsed ?

? $f_D = f_K$?

meenutame:

loogikaavaldised on **võrdsed** kui nende tõeväärtustabelid on samasugused.

Osaliselt määratud funktsiooni esindajateks valitud MDNK ja MKNK **võrdsus** oleneb sellest, milleks nad arvutuvad *määramatuspiirkonnas*.

Siin leitud mõlemad normaalkujud f_D f_K **ei ole** teineteisega võrdsed:

$f_D \neq f_K$ sest

$$f_D(1110) \neq f_K(1110)$$

$$f_D(1110) = 0$$

$$f_K(1110) = 1$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

0011 korral väärtustuvad MDNK ja MKNK <u>samamoodi</u> (1)

1110 korral väärtustuvad MDNK ja MKNK <u>erinevalt</u>

0-de ja 1-de kontuurid samal kaardil

ülesanne:

Leia **Karnaugh' kaardi** abil MDNK samale funktsioonile, mille TDNK lihtsustasime eelpool näites MDNK-ks

$x_1\ x_2\ x_3$	$f(x_1\ x_2\ x_3)$
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

kanname tõeväärtustabeli 3-muutuja kaardile:

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0				
1				

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1

$x_1 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1

MDNK :

TTÜ Arvutitehnika Instituut

$f(x_1 x_2 x_3) = x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3$

MDNK-ks saime sama tulemuse nagu enne TDNK teisendamisel

— *kas Karnaugh' kaardilt väljakirjutatud DNK-avaldist võib olla võimalik lihtsustada käsitsi edasi veelgi lihtsamaks (loogikaalgebra põhiseoste abil)?*

— *milline oleks olnud kaardilt loetav DNK-avaldis, kui oleksime mingi kontuuri valinud väiksema ?*

$x_1 \backslash x_2 x_3$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1

$f(x_1 x_2 x_3) = x_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

sellises avaldises leidub **neeldumine** , mis ikkagi kaotab liiase $\bar{x}_2$

ülesanne:

Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK MKNK 5-muutuja funktsioonile:

$f(x_1 \ldots x_5) = \sum(0, 2, 6, 7, 8, 10, 24, 30)_1 \quad (3, 14, 16, 18, 26)_{-}$

kanname tõeväärtustabeli 5-muutuja kaardile:

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$x_1 = 1$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$x_1 = 0$

$x_1 = 1$

$x_1 = 0$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	1	0	—	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	—
10	1	0	0	1

$x_1 = 1$

$x_2 x_3 \backslash x_4 x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	0	0	—

$x_1 = 0$

$x_1 = 1$

MDNK :

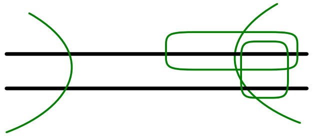
TTÜ Arvutitehnika Instituut

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1		—	1
01			1	1
11				—
10	1			1

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—			—
01				
11				1
10	1			—

$x_1 = 1$



$x_1 = 0$
$x_1 = 1$

MDNK :

$$f(x_1 \ldots . x_5) = \bar{x}_3\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2 x_4 \vee x_2 x_4 \bar{x}_5$$

see on ainus MDNK sellel (osaliselt määratud) funktsioonil

MKNK :

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00		0	—	
01	0	0		
11	0	0	0	—
10		0	0	

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—	0	0	—
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10		0	0	—

$x_1 = 1$

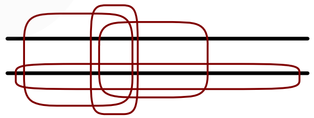
$x_1 = 0$
$x_1 = 1$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	1		—	1
01			1	1
11				—
10	1			1

$x_1 = 0$

$x_2x_3 \backslash x_4x_5$	00	01	11	10
00	—			—
01				
11				1
10	1			—

$x_1 = 1$



$x_1 = 0$
$x_1 = 1$

MKNK :

$$f(x_1 \ldots x_5) = (\bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2)$$

siin leidub ka teine, sama keerukusega MKNK

ülesanne:

Kontrollida **Karnaugh' kaardiga** ühe varasema teisendusülesande tulemuseks saadud DNK-avaldise **minimaalsust**:

$$f(x_1 \ldots x_4) = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

Kas see DNK on **MDNK** ?

kanname 4-muutuja kaardile need **1**-de kontuurid, millest tuleneks antud DNK

$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2 x_3 \vee x_3 x_4 \vee x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_4$

elementaarkonjunktsioon $x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$ tuleneb **1**-de intervallist **1 0 — 0**
elementaarkonjunktsioon $x_1\bar{x}_2x_3$ tuleneb **1**-de intervallist **1 0 1 —**
elementaarkonjunktsioon x_3x_4 tuleneb **1**-de intervallist **— — 1 1**
elementaarkonjunktsioon x_2x_4 tuleneb **1**-de intervallist **— 1 — 1**
elementaarkonjunktsioon $\bar{x}_1x_4$ tuleneb **1**-de intervallist **0 — — 1**

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

analüüsitava DNK tõeväärtustabel kaardil

mitme kontuuriga õnnestub katta kõik **1**-de ruudud optimaalseimal viisil ?

4 kontuuriga :

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10	1		1	1

DNK liikmetele vastavad 5 kontuuri

liiane kontuur vastab DNK liikmele $x_1\bar{x}_2x_3$

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

Selle liikme ärajätmisel DNK-st jääb avaldise tõeväärtustabel muutumatuks.

Analüüsitava DNK-avaldise **MDNK** on seega:

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4 \vee x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_4$$

mis põhjustab punase kontuuri liiasust ?

Kaardi kontuuridest on näha, et liiasus sisaldub juba liiase avaldise **kolmes esimeses liikmes** :

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4$$

? kas leidub ka avaldise teisendus, mis kaotaks liiase liikme ?

rakendades *kleepimisseadust* $x = xy \vee x\bar{y}$ teisendame avaldise korraks keerulisemaks, lisades liiasele liikmele seal puuduva muutuja x_4

Siis tekkivad avaldises *neeldumised* kujul $x \vee xy = x$

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_3x_4 =$$
$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_3x_4 =$$
$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_3x_4 =$$
$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_3x_4 =$$
$$= x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_3x_4$$

kleepimisjärgselt toimus kaks neeldumist vastavalt *neeldumisseadusele*

sama võib esineda kodutöö ülesandes, kus MKNK sulud korrutatakse lahti :

ka kodutöös võib osutuda selline kleepimine vajalikuks, kui

MDNK = MKNK , *kuid* **MKNK** *lahtikorrutamisel ei tekki* **MDNK**

kodutöös:

kui **MDNK = MKNK** siis ( )( )( ) = ... = MDNK

kui **MDNK ≠ MKNK** siis ( )( )( ) = ... = DNK

ülesanne:

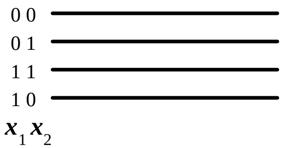
Leida **Karnaugh' kaardiga** MDNK 6-muutuja funktsioonile:

$$f(x_1 \ldots x_6) =$$

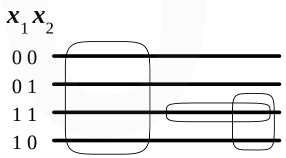
$$= \sum (0, 1, 16, 17, 46, 48, 49, 58, 59, 62, 63)_1 \; (32, 33, 36, 39, 44)_—$$

kanname tõeväärtustabeli 6-muutuja kaardile:

x_3x_4 \ x_5x_6	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
00	**1**	**1**			**1**	**1**			**1**	**1**			—	—		
01													—		—	
11											**1**	**1**	—			**1**
10											**1**	**1**				
	x_1x_2 = 00				x_1x_2 = 01				x_1x_2 = 11				x_1x_2 = 10			



x_3x_4 \ x_5x_6	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10	00	01	11	10
00	**1**	**1**			**1**	**1**			**1**	**1**			—	—		
01													—		—	
11											**1**	**1**	—			**1**
10											**1**	**1**				
	x_1x_2 = 00				x_1x_2 = 01				x_1x_2 = 11				x_1x_2 = 10			



MDNK :

$$f(x_1 \ldots x_6) = \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_5 \vee x_1 x_3 x_4 x_5 \bar{x}_6$$

Arvutitehnika Instituut