Maatriksi mõiste

Maatriksiks nimetatakse ristkülikukujulist elementide tabelit, mis koosneb m reast ja n veerust. Maatriksi elemente tähistatakse a_{ik}, kus i näitab, millises reas ja k, millises veerus element asub.
Maatrikseid tähistatakse suurte tähtedega $A, B, C, \ldots$
Näiteks (m, n)-maatriks näeb välja järgmiselt (maatriksi üldkuju):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Reaalarve, millest maatriks koosneb, nimetatakse **maatriksi elementideks**.
Maatriksi kirjapanekuks tähistame tema elemente väikese tähega, näiteks tähega a, mis on varustatud kahe indeksiga. Neist esimene ütleb mitmendas reas ja teine mitmendas veerus see element maatriksis asub.
Selles maatriksis element a_{ij} asub i-ndas reas ja j-ndas veerus, element a_{st} asub s-ndas reas ja t-ndas veerus.
Lühemalt on võimalik maatriksit esitada kujul:

$$A = (a_{ik})_{mn}.$$

Maatriksit, millel on m rida ja n veergu, nimetatakse täpsemalt ***(m, n)*-maatriksiks** või $(\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n})$ **−maatriksiks**. Arvupaari (m, n) nimetatakse selle **maatriksi mõõtmeteks**.
Seega võime kirjutada

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \Longleftrightarrow A = (a_{ij}), \quad i \in \mathbb{N}_m, \quad j \in \mathbb{N}_n.$$

Maatriksid

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \quad -2 \quad 3), \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad D = (10)$$

on vastavalt (2,2)- maatriks ehk **teist järku maatriks**, (1,3)- maatriks, (3,1)-maatriks ja (1,1)- maatriks ehk **esimest järku maatriks**. Maatriksite B ja C kohta öeldakse ka, et nad on vastavalt üherealine ja üheveeruline maatriks.

Maatriksite liigitus

1. Kui $m = n$, siis nimetatakse maatriksit **ruutmaatriksiks**. Ruutmaatriksit mõõtmetega (n, n) nimetatakse ka ***n*-järku maatriksiks**.

Ruutmaatriksi võrdsete indeksitega elemendid a_{ii} moodustavad **peadiagonaali** ja peadiagonaaliga ristuvad elemendid moodustavad **kõrvaldiagonaali.**

2. Maatriksit, millel ridade ja veergude arv on erinev, s.o. $m \neq n$, nimetatakse **ristkülikmaatriksiks**.

3. Kui $m = 1$, siis nimetatakse maatriksit **maatriks-reaks** ehk üherealiseks maatriksiks; näiteks

$$A = (3 \quad 5 \quad 2{,}6 \quad 7).$$

4. Kui $n = 1$, siis nimetatakse maatriksit **maatriks-veeruks** ehk üheveeruliseks maatriksiks; näiteks

$$A = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 2{,}3 \\ -3{,}2 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Viimast kahte maatriksit nimetatakse ka **vektoriteks.**

5. Maatriksit A nimetatakse **võrdseks** maatriksiga B, kui neil on sama palju ridu ja sama palju veerge ning ühesugustel kohtadel on võrdsed elemendid. Tähistame $A=B$.
   Näiteks maatriksid

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

   mõlemad on *(m, n)*- maatriksid. Nad on võrdsed, s.o. $A=B$, kui

$$a_{ij} = b_{ij}, \quad \forall\, i \in \mathbb{N}_m, \quad \forall\, j \in \mathbb{N}_n.$$

   Näiteks maatriksid B ja C , kus

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   ei saa olla võrdsed, olenemata elementidest, sest mõõtmed (1,3) ja (3,1) pole ühesugused.
6. Maatriksi A **vastandmaatriksiks**, tähistame $-A$, nimetatakse maatriksit, mille elementideks on maatriksi A elementide vastandarvud. A vastandmaatriks on

$$-A := \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \dots & -a_{mn} \end{pmatrix}.$$

7. Ruutmaatriksit, mille kõik peadiagonaalist väljaspool asuvad elemendid on nullid, nimetatakse **diagonaalmaatriksiks**; näiteks

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Diagonaalmaatriksit, mille kõik peadiagonaali elemendid on ühed, nimetatakse **ühikmaatriksiks** ja tähistatakse **E**; näiteks

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

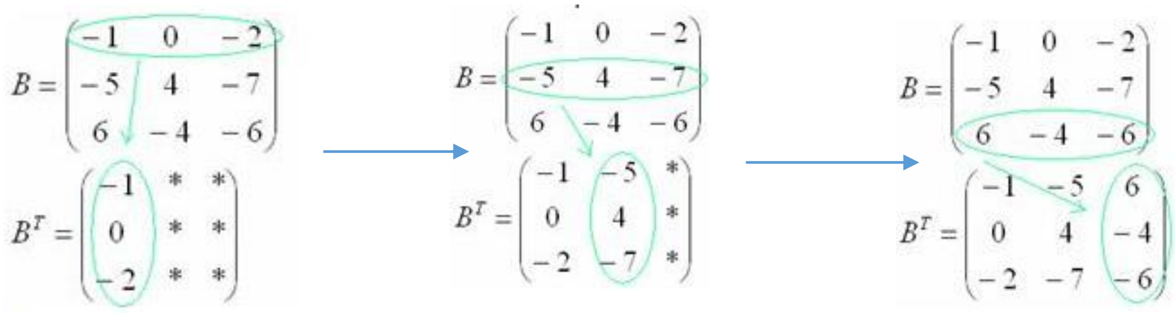
9. Maatriksit, mille kõik elemendid on nullid, nimetatakse **nullmaatriksiks** ja tähistatakse tähega **O** või **θ**.
10. Kui maatriksis A vahetada omavahel vastavad read ja veerud, siis saadud maatriksit nimetatakse **transponeeritud maatriksiks** ja tähistatakse $\boldsymbol{A^T}$ või $\boldsymbol{A'}$;

Näide.

Leida maatriksi B transponeeritud maatriks, kui

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}.$$

Saame



Näide.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \text{ siis } A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Näide.

$$B = (1 \quad -2 \quad 3), \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad D = (10) \quad \text{, siis}$$

$$B^\top = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad C^\top = (1 \quad 4 \quad -1), \quad D^\top = (10).$$

Ühikmaatriksi korral $E^T = E$. Ning

$$\boxed{(A^T)^T = A}.$$

11. Ruutmaatriksit, mille elemendid paiknevad peadiagonaali suhtes sümmeetriliselt, nimetatakse **sümmeetriliseks maatriksiks**; näiteks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & -2 & 5 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Sümmeetrilise ruutmaatriksi korral:

$A^\top = A \quad (A^\top = -A).$

Tehted maatriksitega

Olgu antud maatriksid $X = (x_{ik})$ ja $Y = (y_{ik})$.

Maatriksite liitmine ja lahutamine

Maatriksite X ja Y **summaks** nimetatakse maatriksit $X+Y$, mille elemendid $x_{ik} + y_{ik}$; ehk

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{pmatrix}$$

$$X+Y:=\begin{pmatrix} x_{11}+y_{11} & x_{12}+y_{12} & \dots & x_{1n}+y_{1n} \\ x_{21}+y_{21} & x_{22}+y_{22} & \dots & x_{2n}+y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1}+y_{m1} & x_{m2}+y_{m2} & \dots & x_{mn}+y_{mn} \end{pmatrix}.$$

Näide.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -2 & 0 & 7 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ ja } B=\begin{pmatrix} 6 & 4 & -2 \\ 5 & -3 & -3 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \text{ siis } A+B=\begin{pmatrix} 7 & 9 & 1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 6 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+0 & 3+0 & 1+5 \\ 1+7 & 0+5 & 0+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

NB! Maatrikseid

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 6 & -5 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

ei saagi üldse liita.

Maatriksite liitmisel on järgmised omadused: (*eeldame, et maatriksite mõõtmed on samad!*)
Omadus 1. Maatriksite liitmine on assotsiatiivne, s.o. mistahes kolme maatriksi X, Y, Z korral

$$(X+Y)+Z=X+(Y+Z).$$

Omadus 2. Iga X ja nullmaatriksi θ korral

$$X+\theta=X,\ \theta+X=X.$$

Omadus 3. Iga X ja tema vastandmaatriksi $-X$ korral kehtib

$$X+(-X)=\theta,\ (-X)+X=\theta.$$

Omadus 4. Maatriksite liitmine on kommutatiivne, s.o. mistahes kahe maatriksi X, Y korral

$$X+Y=Y+X.$$

3. Maatriksite X ja Y **vaheks** nimetatakse maatriksit, mille elemendid $x_{ik}-y_{ik}$.

Näide.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -2 & 0 & 7 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ ja } B=\begin{pmatrix} 6 & 4 & -2 \\ 5 & -3 & -3 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \text{ siis } A-B=\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ -7 & 3 & 10 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Maatriksi korrutamine reaalarvuga

Reaalarvu λ ja mistahes mõõtmetega maatriksi X korrutiseks nimetatakse maatriksit λX, mille elemendid saame maatriksi X kõigi elementide läbikorrutamisel reaalarvuga λ.
Selle definitsiooni kohaselt $\lambda \in R$ ja maatriksi

$$X=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

korral

$$\lambda X:=\begin{pmatrix} \lambda x_{11} & \lambda x_{12} & \dots & \lambda x_{1n} \\ \lambda x_{21} & \lambda x_{22} & \dots & \lambda x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda x_{m1} & \lambda x_{m2} & \dots & \lambda x_{mn} \end{pmatrix}.$$

Sama definitsiooni võib anda ka maatriksi üldelemendi abil:

$$\lambda \in \mathbb{R}, \quad X = (x_{ij}) \Longrightarrow \lambda X := (\lambda x_{ij}), \quad \forall\, i \in \mathbb{N}_m, \quad \forall\, j \in \mathbb{N}_n.$$

Näide.

Kui

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

siis

$$(-2)A = \begin{pmatrix} -2 & -8 & -4 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad 3A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & 6 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix}.$$

Maatriksi korrutamisel reaalarvuga on terve rida omadusi. Need on järgmised: (λ, μ ∈ R ning *X*, *Y* on sama mõõtmetega maatriksid)

$$\begin{aligned} 1X &= X, & \lambda(X+Y) &= \lambda X + \lambda Y, \\ (-1)X &= -X, & (\lambda+\mu)X &= \lambda X + \mu X, \\ 0X &= \theta, & \lambda(X-Y) &= \lambda X - \lambda Y, \\ \lambda\theta &= \theta, & (\lambda-\mu)X &= \lambda X - \mu X. \\ (\lambda\mu)X &= \lambda(\mu X), \end{aligned}$$

Maatriksite korrutamine

Osutub, et igasuguste mõõtmetega maatrikseid ei saa korrutada.

See on võimalik siis, kui *esimese maatriksi veergude arv on võrdne teise maatriksi ridade arvuga*!

Maatriksite X ((p,q)-maatriks) ja Y ((q,r)-maatriks)

kus

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1q} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pq} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1r} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{q1} & y_{q2} & \dots & y_{qr} \end{pmatrix},$$

korrutiseks nimetatakse (p,r)- maatriksit

$$XY := \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1r} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{p1} & z_{p2} & \dots & z_{pr} \end{pmatrix},$$

kus

$$z_{ij} := x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + \ldots + x_{iq}y_{qj}, \quad \forall\, i \in \mathbb{N}_p, \quad \forall\, j \in \mathbb{N}_r.$$

Näited

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 3 + 0\cdot 2 + 2\cdot 1 & 1\cdot 1 + 0\cdot 1 + 2\cdot 0 \\ -1\cdot 3 + 3\cdot 2 + 1\cdot 1 & -1\cdot 1 + 3\cdot 1 + 1\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\cdot 3 + 1\cdot(-1) \\ 5\cdot 3 + 4\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 9 - 3\cdot 6 & 2\cdot(-6) - 3\cdot(-4) \\ 4\cdot 9 - 6\cdot 6 & 4\cdot(-6) - 6\cdot(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\ -3\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\cdot 2+8\cdot(-3)-4\cdot 1\\ 6\cdot 2+9\cdot(-3)-5\cdot 1\\ 4\cdot 2+7\cdot(-3)-3\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-18\\ -20\\ -16\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 4 & -1 & 3\\ 9 & 6 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\cdot 3+8\cdot 4-4\cdot 9 & 5\cdot 2+8\cdot(-1)-4\cdot 6 & 5\cdot 5+8\cdot 3-4\cdot 5\\ 6\cdot 3+9\cdot 4-5\cdot 9 & 6\cdot 2+9\cdot(-1)-5\cdot 6 & 6\cdot 5+9\cdot 3-5\cdot 5\\ 4\cdot 3+7\cdot 4-3\cdot 9 & 4\cdot 2+7\cdot(-1)-3\cdot 6 & 4\cdot 5+7\cdot 3-3\cdot 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & -22 & 29\\ 9 & -27 & 32\\ 13 & -17 & 26\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & 5\\ 4 & -6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot(-3)+2\cdot 4 & 1\cdot 5+2\cdot(-6)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -7\end{pmatrix}$$

Paneme tähele, et $E \cdot A = A \cdot E = A$, kus E on ühikmatriks.

Näide

$$E\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 2 & -5\\ 3 & 4 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -5\\ 3 & 4 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}=A$$

$$A\cdot E=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -5\\ 3 & 4 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -5\\ 3 & 4 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}=A$$

Näide

$$\begin{pmatrix}4 & 11\\ 6 & 9\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}8 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}\overset{(1)}{=}\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}4 & 11\\ 6 & 9\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}\overset{(2)}{=}\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}4\cdot 8+11\cdot(-2) & 4\cdot(-7)+11\cdot 3\\ 6\cdot 8+9\cdot(-2) & 6\cdot(-7)+9\cdot 3\end{pmatrix}\overset{(3)}{=}$$

$$=\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix}10 & 5\\ 30 & -15\end{pmatrix}\overset{(4)}{=}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}10 & 5\\ 30 & -15\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 6 & -3\end{pmatrix}$$

Näide (kolme maatriksi korrutis)

Leida ABC, kui

$A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

Lahendus:

Esimene võimalus

$$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot(-28)+3\cdot 38 & 4\cdot 93+3\cdot(-126)\\ 7\cdot(-28)+5\cdot 38 & 7\cdot 93+5\cdot(-126)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -6 & 21\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -6 & 21\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 7-6\cdot 2 & 2\cdot 3-6\cdot 1\\ -6\cdot 7+21\cdot 2 & -6\cdot 3+21\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

Teine võimalus

$$A\cdot B\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$$

$$B\cdot C=\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-28\cdot 7+93\cdot 2 & -28\cdot 3+93\cdot 1\\ 38\cdot 7-126\cdot 2 & 38\cdot 3-126\cdot 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 9\\ 14 & -12\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B\cdot C=A\cdot(B\cdot C)=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-10 & 9\\ 14 & -12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot(-10)+3\cdot 14 & 4\cdot 9+3\cdot(-12)\\ 7\cdot(-10)+5\cdot 14 & 7\cdot 9+5\cdot(-12)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

Vastus:

$$\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

<u>Maatriksite korrutamine allub järgmistele arvutusseadustele:</u>

1. $X(YZ) = (XY)Z$;
2. $c(XY) = (cX)Y$;

3. $(X + Y)Z = XZ + YZ$
4. $XY \neq YX$!!!

Maatriksite astendamine:

$A^n = A \cdot A \cdot A \cdot \ldots \cdot A$.

Näide

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 5 \cdot 0 & -1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 - 5 \cdot 1 & -1 \cdot (-5) + 2 \cdot 1 - 5 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 0 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot (-5) + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 0 & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 & 0 \cdot (-5) + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -3 \\ 9 & 23 & -9 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Maatriksite transponeerimise omadused

1. Mistahes maatriksite X ja Y korral (sama mõõtmetega naatriksid)

$$(X \pm Y)^\top = X^\top \pm Y^\top.$$

2. Mistahes arvu ja maatriksi X korral

$$(aX)^\top = aX^\top.$$

3. Mistahes X ((p,q)-maatriks) ja Y ((q,s)-maatriks) korral

$$(XY)^\top = Y^\top X^\top.$$