Teist ja kolmandat järku determinandid

Ruutmaatriksile $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ saab panna vastavusse arvu :

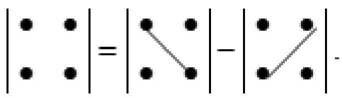
$$\det A = |A| = \Delta = \mathrm{D} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (1)$$

mida nimetatakse **determinandiks (ja arvutatskse kindlate reeglite kohaselt),** arve a_{ij} nimetatakse determinandi **elementideks**. Determinandi tähistatakse tavaliselt püstjoontega .

- Kui $n = 1$. $A = (\,a_{11}\,)$; det $A = a_{11}$

- Kui $n = 2$. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$; det $A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}\cdot a_{21}$ (2)

Skemaatiliselt seda saab esitada järgmiselt:



Näide 1 Leida maatriksi $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ determinant.

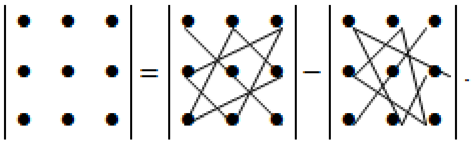
Lahendus: Kasutame valemit (2)

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} = 3\cdot(-4) - (-2)\cdot 5 = -12 + 10 = -2\,.$$

- Kui $n = 3$. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$;

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11} \qquad (3)$$

Skemaatiliselt seda saab esitada järgmiselt:



Sellist skeemi nimetatakse veel ***Sarrus*`i reegliks (või kolmnurga reegliks, või diagonaalide reegliks).**

Kolmandat järku determinandi väärtust saab leida ka determinandi arendusteoreemiga (vt. „Determinandi omadused“).

Näide2. : Arvutada kolmandat järku determinant $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & -1 \\ 6 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ *Sarruse* reegliga.

Lahendus: Kasutame valemit (3)

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & -1 \\ 6 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{array}{l} 2\cdot 0\cdot 4+(-3)\cdot(-1)\cdot 6+5\cdot(-2)\cdot 4-4\cdot 0\cdot 6-(-3)\cdot 5\cdot 4-(-2)\cdot(-1)\cdot 2 = \\ 0+18-40-0+60-4=34\,. \end{array}$$

Võib kasutada ka järmist skeemi

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Näide 3.

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 3 & -1 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right| = 3\cdot 1\cdot(-2) + 3\cdot 3\cdot 1 +$$

$$+(-1)\cdot 4\cdot(-2) - (-1)\cdot 1\cdot 1 - 3\cdot 3\cdot(-2) - 3\cdot 4\cdot(-2) = 54$$

- **Kõrgemat (neljandat, viiendat jne), järku determinantide väärtused leitakse kasutades determinantide omadusi.**