GAUSSI MEETOD.

Vaatame selliseid LVS, millel lahend puudub.

Näide 1.

Lahendame LVS Gaussi meetodiga

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1 \end{cases}$$

Näeme, et tundmatuste arv on suurem võrrandite arvust, see annab meile teadmise, et süsteemil lahend puudub või lõpmata palju lahendeid.

Lahenduse algus on tavaline, paneme kirja süsteemi laiendatud maatriksi ning teisendame treppkujule. Teisendused on kirjeldatud allpool.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 2 & -1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -3 & 1 & -8 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{(1)} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & 7 & 7 \\ 3 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -3 & 1 & -8 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{(2)} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & -2 & 4 & 18 & 28 \\ 0 & -3 & 6 & 27 & 36 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 9 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & -9 & -12 \end{array}\right) \xrightarrow{(4)} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 9 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

(1) Vasaknurgas soovime saada 1 või -1. Selliseid arve esimeses tulbas ei ole. Seega ridade ümbervahetamisega midagi ei saavuta. „Korraldame“ arvu 1 ise. Seda saab teha mitmel viisil. Näiteks nii: klmas rida on korrutatud -1-ga ning liidetud esimesele.

(2) Nüüd saame 2 nulli esimeses veerus. Esimene rida korrutatud 3-ga ning liidetud teisele reale. Esimene rida korrutatud 5-ga ning liidetud kolmandale reale.

(3) teisenduste käigus on alati mõistlik vaadata, kas saadud ridu on võimalik lihtsustada? Võimalik. Teise rea jagame 2-ga. Kolmas rida jagatud 3-ga.

(4) Teine rida korrutatud 1-ga ning liidetud kolmandale reale.

Paneme tähele viimast rida

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

Ilmselge, et seda ei või olla. Kirjutame maatriksi tagasi võrrandisüsteemiks:

$$\begin{cases} -x_1 + x_3 + 7x_4 = 7 \\ -x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 14 \\ 0 = 2 \end{cases}$$

Märkus: kui pärast elemntaarteisendusi on saadud rida kujul

$$\left(\begin{array}{c|c} 0 \ldots 0 & \lambda \end{array}\right),$$

kus λ on arv ($\lambda \neq 0$), siis vastaval lineaarvõrrandisüsteemil lahend puudub.

Süsteemi viimane võrrand on vastuoluline, seega süsteemil **puudub lahend**.

Vastus: lahend puudub

Märkus: Elemntaarteisendusi tuleb peatuda juhul, kui tekkis rida kujul:

$(0 \ldots 0 | \lambda)$, kus $\lambda \neq 0$.

Vaatleme näidet, oeltame, et juba esimesel sammul saime maatriksi kujul

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 6 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & 12 & -9 & 8 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{array}\right).$$

See maatriks ei ole veel treppkujul, aga edasi teostada elementaatrteisendusi ei oelgi vajadust, sest ilmus rida kujul $(0 \ldots 0 | \lambda)$. Vastus käes – lahend puudub.

Näide 2.

Lahendame LVS Gaussi meetodiga

$$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

Paneme kirja süsteemi laiendatud maatriksi ning teisendame treppkujule. Teisendused on kirjeldatud allpool.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 7 & -2 & -1 & 2 \\ 6 & -4 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & -4 & -5 & 3 \\ 7 & -2 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & -16 & -29 & -27 \\ 0 & -16 & -29 & -33 \end{array}\right) \xrightarrow{(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & -16 & -29 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{array}\right)$$

Sooritatud elemntaarteisendused:
(1) Esimene ja viimane rida on omavahel vahetatud.
(2) Esimenerida korrutatud -6 ning liidame teisele reale. Esimene rida korrutatud -7-ga ning liidetud kolmandale reale.
(3) Teine rida korrutatud -1-ga ning liidame kolmandale reale.

Tulemusena saime rea kujul

$$(0 \quad 0 \quad 0 \ \vdots -6)$$

Kust järeldame, et süsteemil lahend puudub.

Vastus: lahend puudub.