Gaussi – Jordani meetod

Näide juhtumist, kus lineaarvõrrandisüsteemil puudub lahend.

Näide.

Lahendame LVS $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$ Gaussi- Jordani meetodiga.

Lahendus: Kirjutame välja süsteemi laiendatud maatriksi:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & \vdots & -1 \\ 1 & 2 & -2 & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \vdots & 3 \\ 2 & 1 & -3 & \vdots & 1 \end{pmatrix}$$

Valime juhtelemnte peadiagonaalil:

Esimeseks juhtelemendiks sobib arv „1“ (märgitud punasega). Nullitame esimese veeru elemndid ära. Selleks kirjutame esimese rea ümber (see on rida, mis sisaldab juhtelementi), seejärel

- korrutame esimest rida „-1“- ga ning liidame teisele reale (tulemuse kirjutame teise rea kohale);
- korrutame esimest rida „-1“- ga ning liidame kolmandale reale (tulemuse kirjutame kolmanda rea kohale);
- korrutame esimest rida „-2“- ga ning liidame neljandale reale (tulemuse kirjutame neljanda rea kohale).

Saame

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & \vdots & -1 \\ 1 & 2 & -2 & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \vdots & 3 \\ 2 & 1 & -3 & \vdots & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & \vdots & -1 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & 4 \\ 0 & -1 & 3 & \vdots & 3 \end{pmatrix} :4 \quad \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & \vdots & -1 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & -1 & 3 & \vdots & 3 \end{pmatrix}$$

Teiseks juhtelemendiks võtame järgmise peadiagonaalil oleva elemendi (märgitud punasega) ning nullitame teise veeru elemente selle abil. Selleks kirjutame teise rea ümber ning

- korrutame teist rida „-1“- ga ning liidame esimesele reale (tulemuse kirjutame esimese rea kohale);
- korrutame teist rida „1“- ga ning liidame neljandale reale (tulemuse kirjutame neljanda rea kohale).

Saame

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & \vdots & -1 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & -1 & 3 & \vdots & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & \vdots & -3 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & 5 \end{pmatrix}$$

Kolmandaks juhtelemendiks võtame järgmise peadiagonaalil oleva elemendi (märgitud punasega) ning nullitame kolmanda veeru elemente selle abil. Selleks kirjutame kolmanda rea ümber ning

- korrutame kolmandat rida „4“- ga ning liidame esimesele reale (tulemuse kirjutame esimese rea kohale);
- korrutame kolmandat rida „-1“- ga ning liidame teisele reale (tulemuse kirjutame teise rea kohale).
- korrutame kolmandat rida „-4“- ga ning liidame neljandale reale (tulemuse kirjutame neljanda rea kohale).

Saame

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & \vdots & -3 \\ 0 & 1 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{pmatrix}$$

Kuna neljandas reas on kõik elemendid peale viimast (vaba liige) nullid., ehk et kolmandale reale vastab võrrand $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 1$, tekib vastuoluline võrdus $0 = 1$, seega süsteemil lahend puudub.

Vastus: lahend puudub