Vektorid.

Vektori koordinaadid	$A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, $B = (b_1, b_2, ..., b_n)$ otspunktid, siis $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, ..b_n - a_n)$	A = (5; -2; 0; 3), B = (4;-1;0;-2) $\overrightarrow{AB}$ = (4-5;-1-(-2);0-0;-2-3) = = (-1; 1; 0; -5)
Vektori pikkus	$\vec{a} = (a_1, a_2, ..., a_n) \Rightarrow$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}$	$\overrightarrow{AB}$ = (-1; 1; 0; -5) $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2 + (-5)^2} = \sqrt{27}$
Vektorite liitmine	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \ldots, a_n + b_n)$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\vec{b}$ = (4; -5; 3) $\vec{a} + \vec{b}$ = (-1 + 4; 2 + (-5); = (3; -3; 9)
Vektorite lahutamine	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, \ldots, a_n - b_n)$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\vec{b}$ = (4; -5; 3) $\vec{a} - \vec{b}$ = (-1 - 4; 2- (-5); 6 – 3) = = (-5; 7; 3)
Vektori korrutamine arvuga	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, $\lambda \in R$, $\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda \cdot a_1; \lambda \cdot a_2; \ldots, \lambda \cdot a_n)$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\lambda = 3$ $\lambda\vec{a}$ = (3 · (-1); 3 · 2; 3 · 6) = (-3; 6; 18)
Vektorite skalaarkorru-utis	Vektorite pikkuste ja vektorite vahelise nurga koosinuse korrutis $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos\alpha$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\vec{b}$ = (4; -5; 3), $\alpha = 60°$. $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{1+4+36} = \sqrt{41}$, $\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{16+25+9} = \sqrt{50}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{41} \cdot \sqrt{50} \cdot \cos 60° = \sqrt{2050} \cdot \frac{1}{2} \approx$ $\approx 22,6$
Skalaarkorru-tis koordinaatide kaudu	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + ... + a_n \cdot b_n$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\vec{b}$ = (4; -5; 3), $\vec{a} \cdot \vec{b}$ = (-1) · 4 + 2 ·(-5) + 6 · 3 = 4
Nurk vektorite vahel	$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert} =$ $= \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b}{\sqrt{a_1^2 + ... + a_n^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + ... + b_n^2}}$	$\vec{a}$ = (-1; 2; 6), $\vec{b}$ = (4; -5; 3), $\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{50}}$ $\alpha = arc\ cos\ \frac{4}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{50}} = 84°55'$
Vektorite paralleelsus	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ $\vec{a} \parallel \vec{b} : \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = ... = \frac{a_n}{b_n}$	α_1= (2; 3), β_1 = (3; 2) ei ole parallelsed, kuna $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$. α_2 = (4; -6; 10), β_2 = (2; -3; 5) on paral-leelsed, kuna $\frac{4}{2} = \frac{-6}{-3} = \frac{10}{5}$
Vektorite ristuvus	$\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \vec{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$	α_1= (2; 3), β_1 = (3; 2) ei ole risti: $\alpha_1 \cdot \beta_1$ = 6 + 6 = 12 ($\neq 0$); α_2 = (4; -6) , β_2 = (3 ; 2) on risti: $\alpha_2 \cdot \beta_2$ = 4·3 + (-6) · 2 = 12 – 12 = 0
Vektori projektsioon	Vektori $\vec{a}$ projektsioon vektori $\vec{b}$	Leida vektori $\vec{a}$ =(-4; 5; 3) projektsioon vektori $\vec{b}$ =(1; -3; 0) sihile:

	sihile: $proj_{\vec{b}}\vec{a} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \cos\alpha$;	$\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{(-4)^2+5^2+3^2} = \sqrt{16+25+9} =$ $= \sqrt{50}$, $\cos\alpha = \dfrac{(-4)\cdot 1+5\cdot(-3)+3\cdot 0}{\sqrt{50}\cdot\sqrt{1^2+(-3)^2+0^2}} = -\dfrac{19}{\sqrt{500}}$ $proj_{\vec{b}}\vec{a} = \sqrt{50}\cdot\left\lvert -\dfrac{19}{\sqrt{50}\cdot\sqrt{10}}\right\rvert = \dfrac{19}{\sqrt{10}} \approx 6$
Vektorkor- rutis	Vektorite $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ vektorkorrutiseks nim. vektorit $\vec{a}$ x $\vec{b}$, mis on üheselt määratud nõuetega: 1) $\vec{a}$ x $\vec{b}$ on risti vektoritega $\vec{a}$ ja $\vec{b}$, 2) $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\sin\widehat{\vec{a},\vec{b}}$ (rööptahuka pindalaga), 3) $\vec{a}$ x $\vec{b}$ suund valitakse parema käe reegli järgi.	
Vektorkorrutise koordinaadid	$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ $\vec{a}\times\vec{b} = (\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix})$.	$\vec{a} = (-1; 2; -3), \vec{b} = (0; -4; 1)$ $\vec{a}\times\vec{b} = (\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}) =$ $= (-10; 1; 4)$ $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert = \sqrt{100+1+16} = \sqrt{117}$
Kolmnurga pindala (1)	$S_{kolmnurga} = \dfrac{1}{2}S_{rööpküliku} = \dfrac{1}{2}\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert =$ $= \dfrac{1}{2}\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\sin\alpha$	A(1; -4; 8), B(0; 3; -2), C(-5; -1; 4) – kolmnurga tipud. Leida kolmnurga ABC pindala: koostame vektorid $\overrightarrow{AB} = (-1; 7; -10), \overrightarrow{AC} = (-6; 3; -4)$, moodustame vektorkorrutist: $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = (\begin{vmatrix} 7 & -10 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} -1 & -10 \\ -6 & -4 \end{vmatrix};$ $\begin{vmatrix} -1 & 7 \\ -6 & 3 \end{vmatrix}) = (2; 56; 39),$ $\lvert\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\rvert = \sqrt{2^2+56^2+39^2} = \sqrt{4661}$ $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\sqrt{4661} \approx 34{,}1\,(üh)^2$
Kolmnurga pindala (2)	$A(a_1, a_2)$, B (b_1, b_2), $C(c_1; c_2)$ otspunktid: S = $\dfrac{1}{2}\left\lvert\begin{vmatrix} b_1-a_1 & b_2-a_2 \\ c_1-a_1 & c_2-a_2 \end{vmatrix}\right\rvert$	A(2; -3), B(-4; 5), C(6; -1) – kolmnurga tipud, $S = \dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} -4-2 & 5-(-3) \\ 6-2 & -1-(-3) \end{vmatrix} = \dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & 8 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} =$ $= \dfrac{1}{2}(-12-32) = \lvert -21\rvert = 21\,(p.üh)$
Segakorrutis	Vektorite $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ segakorrutiseks	

	nim.arvu $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$, mis väljendab rööptahuka ruumalat	
Rööptahuka ruumala	$\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\vec{b}=(b_1,b_2,b_3),$ $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$ $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}$ Tuleb arvestada , et det märk võib olla nii positiivne kui ka negatiivne, ruumala arvutamiseks tuleb leida det absoluutväärtus.	
Kolmenurkse püramiidi ruumala	$V_{kolmenurkse\ püramiidi}=\frac{1}{6}V_{rööptahuka}=$ $=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}$	Leida kolmenurkse püramiidi ABCD ruumala, kui *A*(2; -5; 0), *B*(-1; 1; -2), *C*(3; -4; -3), *D*(5; 0; 4). Koostame vektorid: $\overrightarrow{AB}=(-3;6;-2),$ $\overrightarrow{AC}=(1;1;-3),\overrightarrow{AD}=(3;5;4)$ $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}-3 & 6 & -2\\ 1 & 1 & -3\\ 3 & 5 & 4\end{vmatrix}=\frac{1}{6}\cdot\lvert-139\rvert=23\frac{1}{6}$
Lõigu keskpunkt	*A* (a_1, a_2, ..., a_n),*B* (b_1, b_2, ..., b_n) otspunktid, *C* (c_1; c_2; ... ; c_n) otsitav punkt : $c_1=\frac{a_1+b_1}{2};c_2=\frac{a_2+b_2}{2};...;$ $c_n=\frac{a_n+b_n}{2}$	*A*(2; -3), *B*(-4; 5) on lõigu otspunktid, *C* (c_1; c_2) – lõigu keskpunkt: $c_1=\frac{2+(-4)}{2};c_2=\frac{-3+5}{2}\Rightarrow$ $c_1=-1;\ c_2=-1\Rightarrow C(-1;-1)$
Kolmnurga mediaanide lõikepunkt	*A* = (a_1, a_2, ..., a_n),*B* = (b_1, b_2, ...,b_n) *C* = (c_1; c_2; ... ; c_n) on kolmnurga tipud, *O*(*x*; *y*; *z*) mediaanide lõikepunkt: $x=\frac{a_1+b_1+c_1}{3}$ $y=\frac{´a_2+b_2+c_2}{3}$ $z=\frac{a_3+b_3+c_3}{3}$	*A*(2; -3), *B*(-4; 5), *C* (0; -7) kolmnurga tipud, *O*(*x*; *y*; *z*) mediaanide lõikepunkt: $x=\frac{2+(-4)+0}{3}=-\frac{2}{3},$ $y=\frac{-3+5+(-7)}{3}=-\frac{5}{3}\Rightarrow O(-\frac{2}{3};-\frac{5}{3})$