

Elementaarfunktsioonid

Matemaatilises analüüsis enim uuritud ja kõige sagedamini esinevad funktsioonid on **elementaarfunktsioonid**.

Põhilisteks elementaarfunktsioonideks nimetatakse järgmisi funktsioone:

1. konstantne funktsioon
2. astmefunktsioon
3. eksponentfunktsioon
4. logaritmifunktsioon
5. trigonomeetriselised funktsioonid
6. arkusfunktsioonid $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$

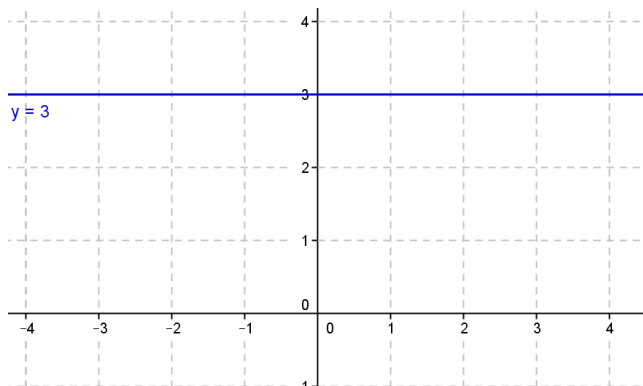
1. Konstantne funktsioon.

Üldkuju: $y = c$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y = \{c\}$

Graafik:



2. Astmefunktsioon

Üldkuju: $y = x^n$ ($n \in Z$), $y = x^\alpha$ ($\alpha \in R$)

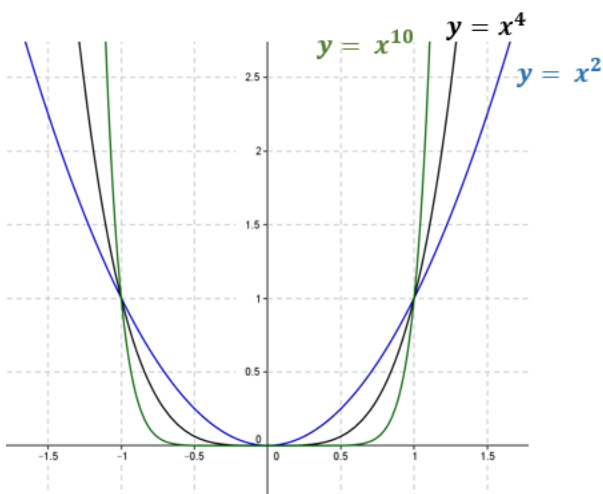
Astmefunktsiooni alamliigid:

a) Üldkuju: $y = x^n, n = 2m, m \in N$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y = [0; +\infty[$

Graafik:

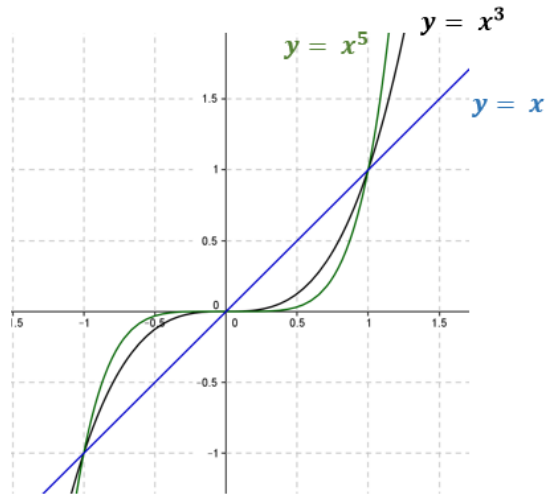


b) Üldkuju: $y = x^n, n = 2m + 1, m \in N$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; +\infty[$

Graafik:



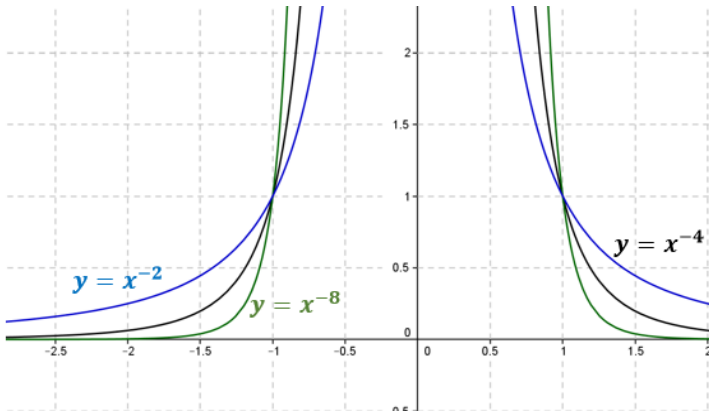
c) Üldkuju: $y = x^{-n}, n = 2m, m \in N$

d) Üldkuju: $y = x^{-n}, n = 2m - 1, m \in N$

Määramispiirkond: $X =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y = [0; +\infty[$

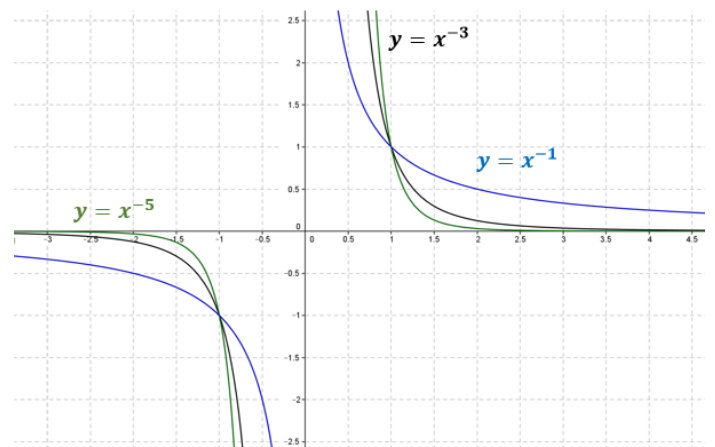
Graafik:



Määramispiirkond: $X =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

Graafik:

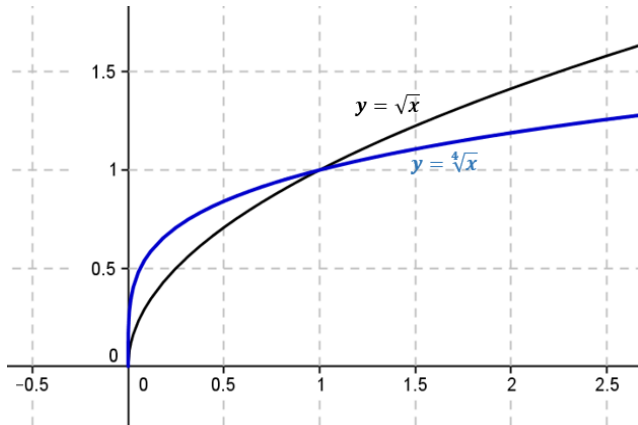


e) Üldkuju: $y = \sqrt[n]{x}$, $n = 2m, m \in \mathbb{N}$

Määramispiirkond: $X = [0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y = [0; +\infty[$

Graafik:

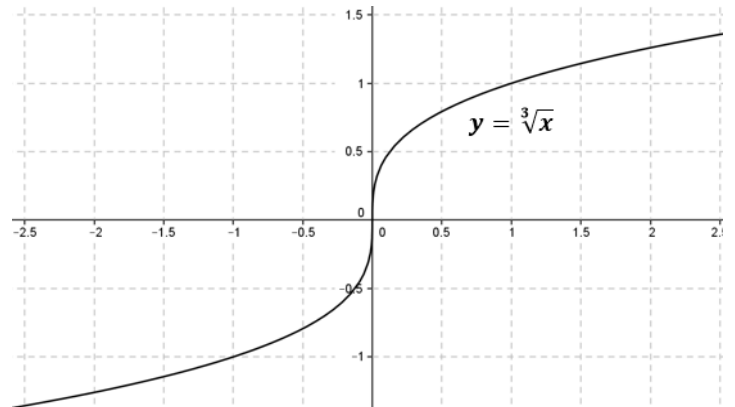


f) Üldkuju: $y = \sqrt[n]{x}$, $n = 2m + 1, m \in \mathbb{N}$

Määramispiirkond: $X =]-\infty; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; +\infty[$

Graafik:

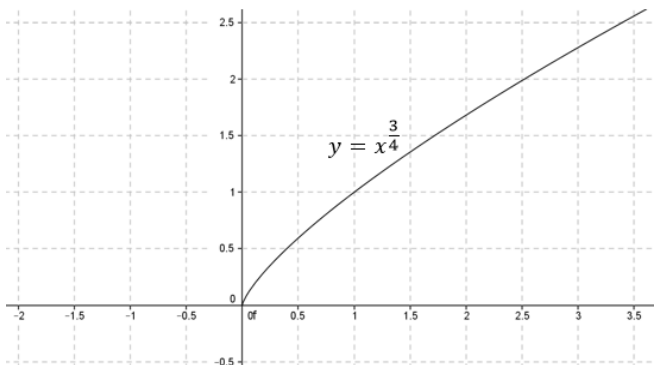


g) Üldkuju: $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha > 0$)

Määramispiirkond: $X = [0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y = [0; +\infty[$

Graafik:

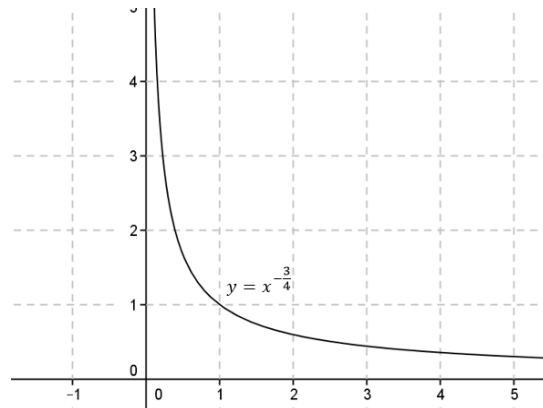


h) Üldkuju: $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha < 0$)

Määramispiirkond: $X =]0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]0; +\infty[$

Graafik:



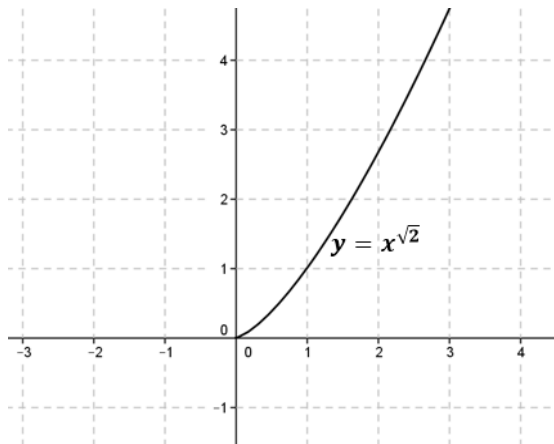
i) Üldkuju: $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{I}, \alpha > 0$)

j) Üldkuju: $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{I}, \alpha > 0$)

Määramispiirkond: $X = [0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y = [0; +\infty[$

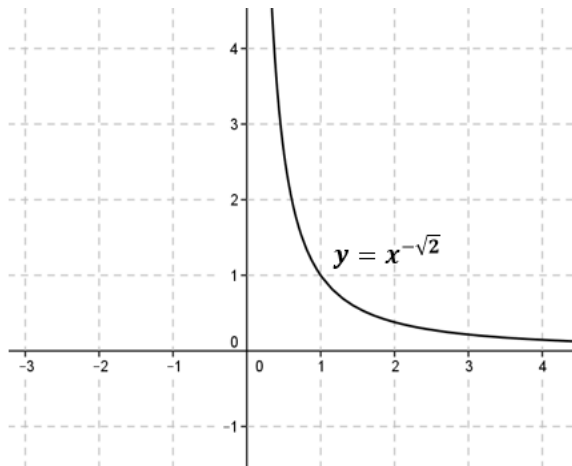
Graafik:



Määramispiirkond: $X =]0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]0; +\infty[$

Graafik:



3. Eksponentfunktsioon

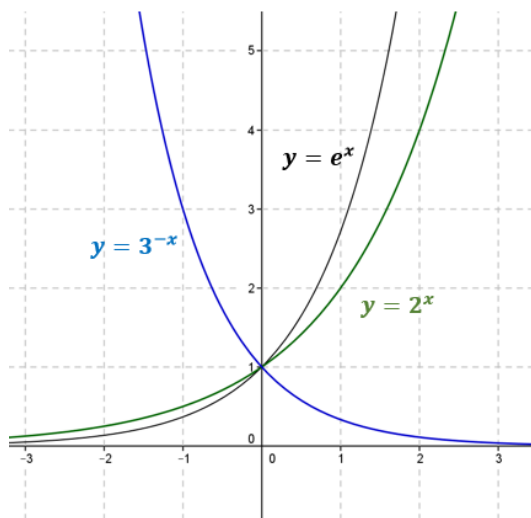
Üldkuju: $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y =]0; +\infty[$

Märkus: Kõige populaarsem eksponentfunktsioon on $y = e^x$, laialt levinud on ka funktsioon kahe astnetest $y = 2^x$.

Graafik:



4. Logaritmifunktsioon

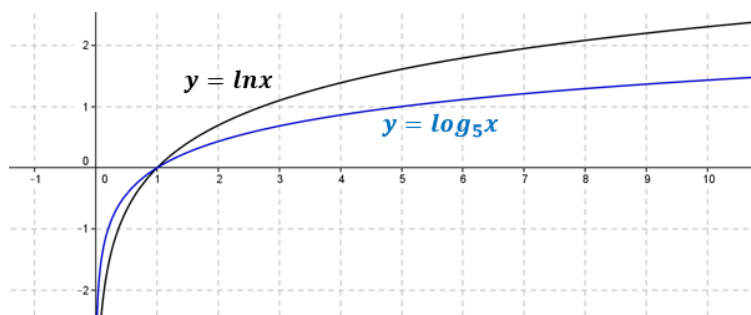
Üldkuju: $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Määramispiirkond: $X =]0; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; +\infty[$

Märkus: Kõige populaarsem logaritmifunktsioon on naturaallgoritmi funktsioon $y = \ln x$ (logaritmi alus on arv e), laialt levinud ka $y = \log x$ (logaritmi aluseks on 10)

Graafik:



5. Trigonomeetrised funktsioonid

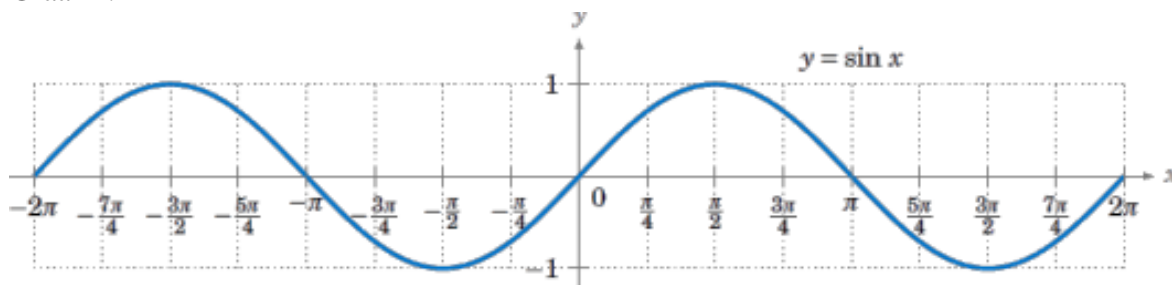
Siinusfunktsioon

Üldkuju: $y = \sin x$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y = [-1; 1]$

Graafik:



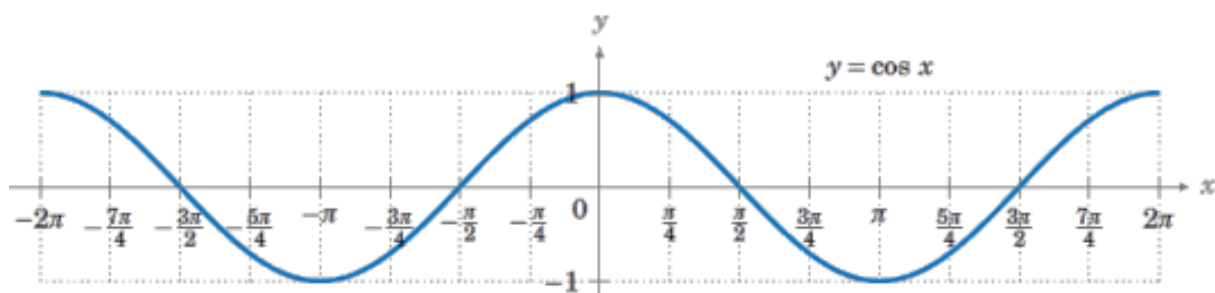
Koosinusfunktsioon

Üldkuju: $y = \cos x$

Määramispiirkond: $X = R$

Muutumispiirkond: $Y = [-1; 1]$

Graafik:



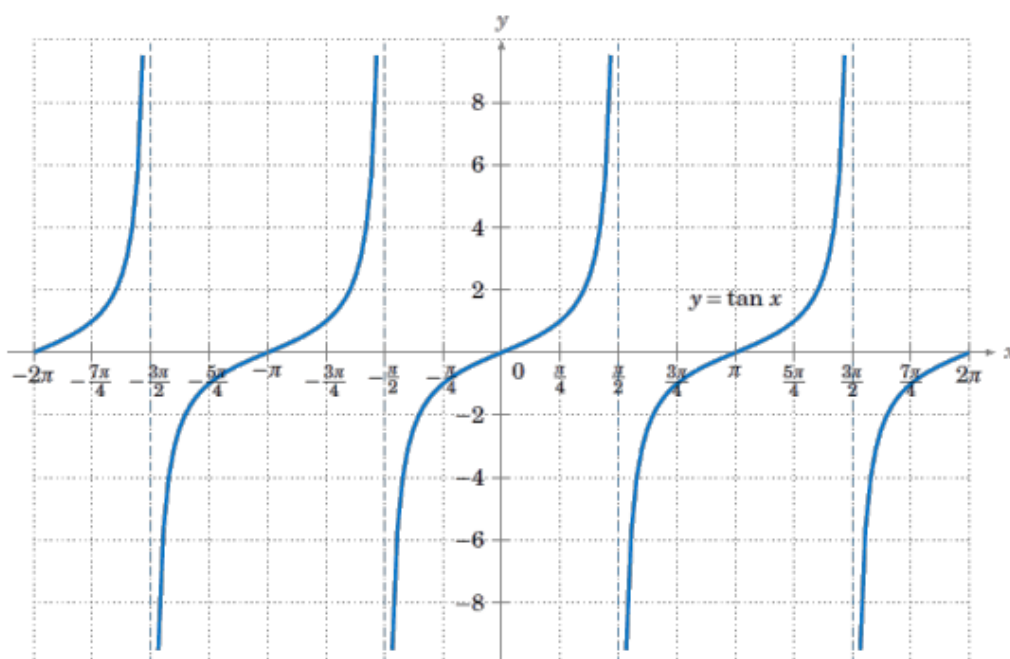
Tangensfunktsioon

Üldkuju: $y = \tan x$, $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

Määramispiirkond: $X = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; +\infty[$

Graafik:



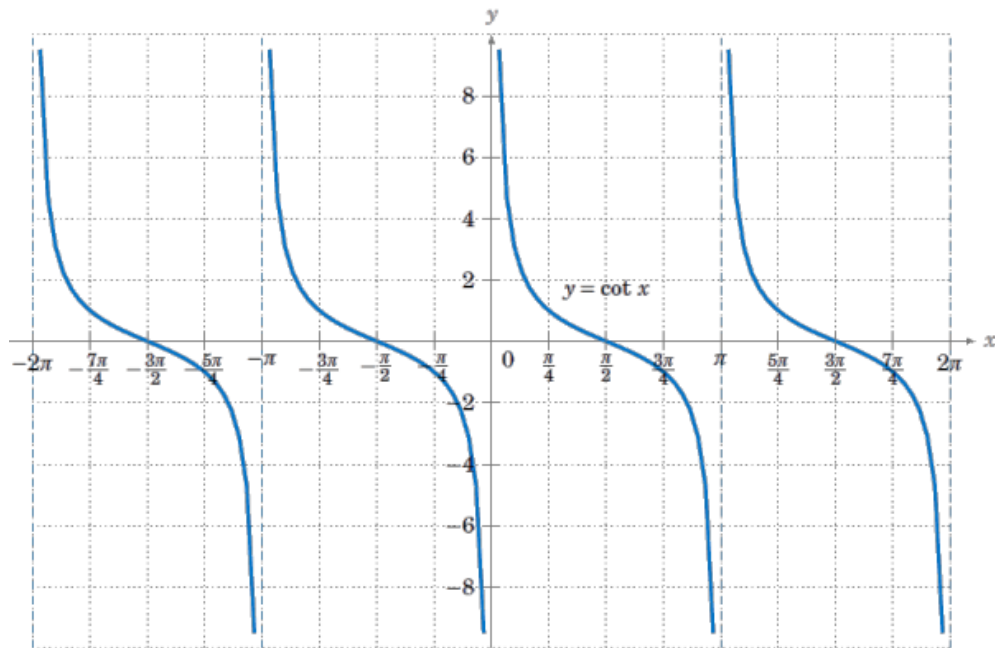
Kootangensfunktsioon

Üldkuju: $y = \cot x$, $y = \frac{\cos x}{\sin x}$

Määramispiirkond: $X = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Muutumispiirkond: $Y =]-\infty; +\infty[$

Graafik:



6. Arkusfunktsioonid (vastavate trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioonid (vastavas osalõigus))

Arkussiinus

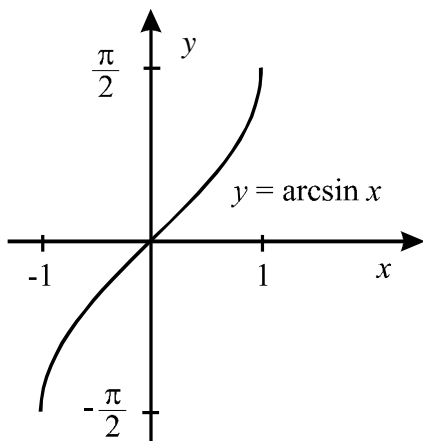
Üldkuju: $y = \arcsin x$

Määramispiirkond: $X = [-1; 1]$

Muutumispiirkond: $Y = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Märkus: $y = \text{Arcsin} x = \arcsin x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ (ei ole ühine funktsioon, tõkestamata, antud kursuse raames ei vaatle)

Graafik:



Arkuskoosinus

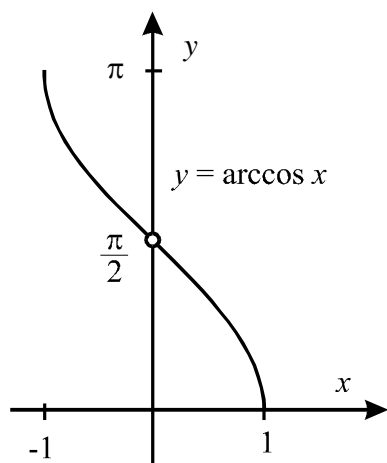
Üldkuju: $y = \arccos x$

Määramispiirkond: $X = [-1; 1]$

Muutumispiirkond: $Y = [0; \pi]$

Märkus: $y = \text{Arccos} x = \arccos x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ (ei ole ühine funktsioon, tõkestamata, antud kursuse raames ei vaatle)

Graafik:



Arkustangens

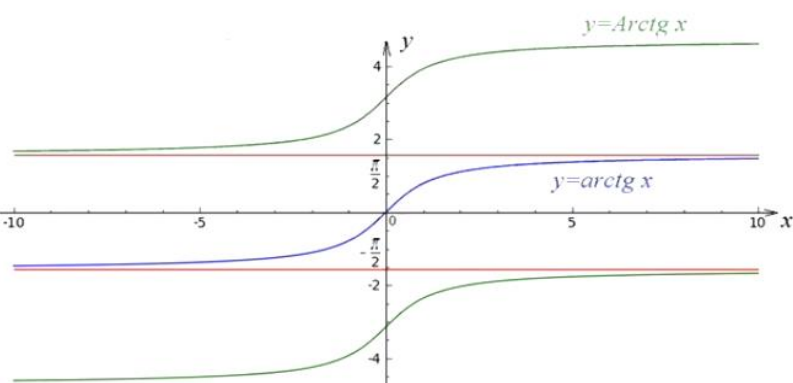
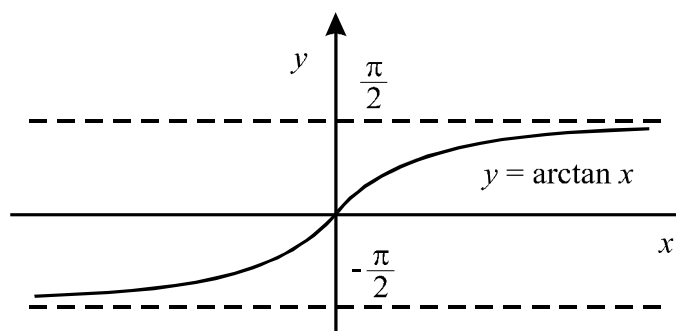
Üldkuju: $y = \arctan x$

Määramispiirkond: $X =]-\infty; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$

Märkus: $y = \text{Arctan} x = \arctan x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ (ei ole ühine funktsioon, tõkestamata, antud kursuse raames ei vaatle)

Graafik:



Arkusootangensfunktsioon

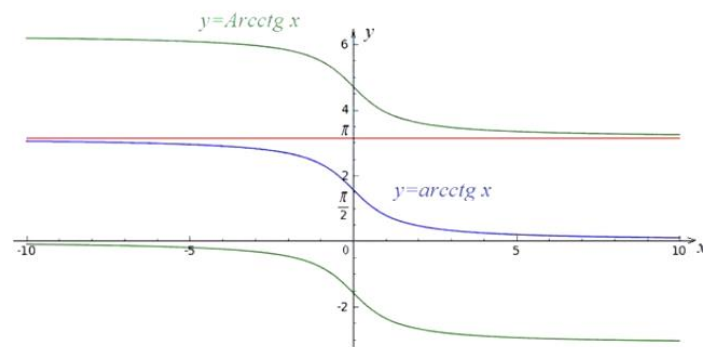
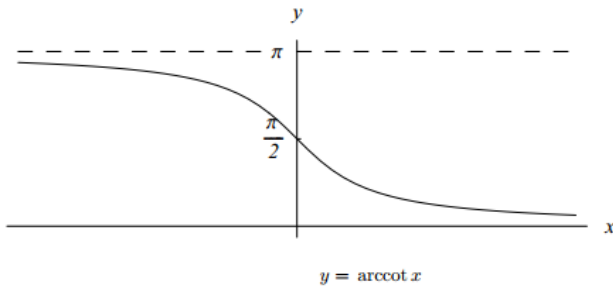
Üldkuju: $y = \text{arccot} x$

Määramispiirkond: $X =]-\infty; +\infty[$

Muutumispiirkond: $Y =]0; \pi[$

Märkus: $y = \text{Arccot}x = \text{arccot}x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ (ei ole ühine funktsioon, tõkestamata, antud kursuse raames ei vaatle)

Graafik:



Definitsioon. **Elementaarfunktsiooniks** nimetatakse funktsiooni, mis on saadud põhilistest elementaarfunktsioonidest lõpliku arvu aritmeetiliste tehete (so liitmiste, lahutamiste, korrutamiste, jagamiste) ja liitfunktsioonide moodustamise teel.

Näide

elementaarfunktsioon $y = 5 + 7 \tan x - \frac{e^x}{\cos x}$ on moodustatud põhilistest elementaarfunktsioonidest $y = 5$, $y = 7$, $y = \tan x$, $y = e^x$ ja $y = \cos x$ lõpliku arvu aritmeetiliste tehetega;

elementaarfunktsioon $y = \arcsin(3^x)$ on põhiliste elementaarfunktsioonide $y = 3^x$ ja $y = \arcsin x$ liitfunktsioon;

elementaarfunktsioon $y = \sqrt{2^{\arccos x} + \frac{3}{\tan^2 x} - 4}$ on saadud põhilistest elementaarfunktsioonidest $y = 2^x$, $y = \arccos x$, $y = 3$, $y = \tan x$, $y = x^2$, $y = 4$ ja $y = x^{1/2}$ lõpliku arvu aritmeetiliste tehete ja liitfunktsioonide moodustamisega.