

Tuletise rakendused II

Joone normaali võrrand

Sageli tuleb vaadelda sirget, mis läbib puutepunktu, aga on risti joone puutujaga. Sellist sirget nimetatakse **joone normaaliks**.

Normaali võrrand on

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

Peame meeles, et puutuja ja normaali tõusud on seotud järgmise seosega:

$$k_p \cdot k_n = -1.$$

Näide 1

Leida puutuja ja normaali võrrandid paraboolile $y = 2x^2$ punktis $A(0,5; 0,5)$.

Lahendus:

$$y' = 4x \quad y'(0,5) = 2$$

$$\text{Puutuja võrrand } y - 0,5 = 2(x - 0,5) \rightarrow 2y - 1 = 4x - 2 \quad 4x - 2y - 1 = 0$$

$$\text{Normaali võrrand } y - 0,5 = -0,5(x - 0,5) \quad k_1 = -\frac{1}{2}$$

$$2y - 1 = -x + \frac{1}{2} \quad 4y - 2 = -2x + 1 \quad 2x + 4y - 3 = 0$$

Vastus: puutuja võrrand on $4x - 2y - 1 = 0$, normaali võrrand on $2x + 4y - 3 = 0$

Näide 2

Leida puutuja ja normaali võrrand kõverale $y = 9 - x^2$ kohal $x = -3$.

Lahendus:

$$y(-3) = 9 - 9 = 0 \quad y' = -2x, \quad y'(-3) = 6 \quad k = 6$$

$$\text{Puutuja: } y - 0 = 6(x + 3) \quad y = 6x + 18$$

$$\text{Normaal: } k = -\frac{1}{6} \quad y - 0 = -\frac{1}{6}(x + 3) \quad 6y + x + 3 = 0$$

Vastus: puutuja võrrand on $y = 6x + 18$, normaali võrrand on $6y + x + 3 = 0$.