

1. PROTSENTARVUTUS MAJANDUSES

Ako Sauga, Riina Timmermann

Sissejuhatus

Protsentiarvutus leiab majanduses laialdast kasutamist. Erinevate maksude, laenuintresside, trahvide jms suuruse määramisel kasutatakse protsenti mingist summast. Maksude korral antakse ette protsent maksustatavast summast, laenude korral on intresside määramise aluseks laenujääk. Maksu suurus protsendina maksustavast summast on **maksumäär**, intresside korral kasutatakse terminit **intressimäär**.

Lisaks kasutatakse protsenti erinevate majandust ja ühiskonda kirjeldavate suuruste võrdlemisel, sest absoluutarvudes antavad väärtused ei ole erinevate piirkondade (maakonnad, riigid) võrdlemisel esinduslikud. Näiteks ei ole mõistlik võrrelda Harjumaa või Võrumaa töötute arvu, sest nendes maakondades on elanike arv erinev. Küll aga saab võrrelda töötuse määra, mis näitab töötute osatähtsust tööjõus.

1.1. Protsentülesannete põhitüübid

Protsent on üks reaalarvu kirjutusviise: $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$. Üldiselt

$$p\% = \frac{p}{100} = 0,01p.$$

Et leida 1% arvust a , tuleb leida $\frac{1}{100}$ arvust a ja see on $\frac{a}{100} = 0,01a$. Selleks, et leida 13%

arvust a , tuleb leida $\frac{13}{100}$ arvust a ja see on $\frac{13}{100} \cdot a = 0,13a$.

Sageli kasutatakse protsentülesannete lahendamisel võrdust

$$\frac{b}{a} = \frac{p}{100\%},$$

kus p antakse protsentides ja see näitab, mitu protsenti arv b moodustab arvust a . Kuna aga $100\% = 1$, võib paremal pool jagamise 100% -ga ära jätta ja me saame seose

$$\frac{b}{a} = p.$$

Näide 1.1.1. Härra A kulutab oma 700 eurosest igakuisest sissetulekust keskmiselt 84 eurot kuus auto peale. Mitu protsenti sissetulekust kulub härral A auto peale?

Lahendus.

$$\frac{84}{700} = 0,12 = 12\%.$$

Vastus: auto peale kulub 12% härra A sissetulekust. #

Näide 1.1.2. Volli on säästnud 1500 eurot. 60% sellest soovib ta paigutada aktsiatesse. Mitme euro eest saab ta aktsiaid osta?

Lahendus.

Olgu aktsiate ostmiseks kasutatav summa x . Probleemi kirjeldusest selgub, et arv x on 60% arvust 1500. Järelikult

$$\begin{aligned} \frac{x}{1500} &= 60\% \\ x &= 60\% \cdot 1500 = 0,6 \cdot 1500 = 900 \end{aligned}$$

Kontroll: leiame, mitu protsenti moodustab arv 900 arvust 1500:

$$\frac{900}{1500} = 0,6 = 60\%.$$

Vastus: Volli saab aktsiaid osta 900 euro eest. #

Näide 1.1.3. Võrreldes 2011. aasta 1. kvartaliga kasvas 2. kvartalis keskmine palk Eestis 65 euro võrra ehk 8,21%. Kui suur oli keskmine palk 2011. aasta 1. kvartalis?

Lahendus.

Olgu keskmine palk 2011. aasta 1. kvartalis x eurot. Esitatud andmete põhjal moodustab 65 eurot 8,21% arvust x . Järelikult

$$\begin{aligned} \frac{65}{x} &= 8,21\%, \\ x &= \frac{65}{8,21\%} = \frac{65}{0,0821} \approx 792. \end{aligned}$$

Kontroll: leiame, mitu protsenti moodustab arv 65 arvust 792:

$$\frac{65}{792} \approx 0,0821 = 8,21\%.$$

Vastus: 2011. aasta 1. kvartalis oli keskmine palk Eestis 792 eurot. *Märkus: Vastus on ümardatud ühelisteni, sest algandmetes oli keskmise palga muutus antud ühelite täpsusega. Arvutamisel ei saa täpsus suurenda. #*

Paneme tähele!

1. Protsentarvutuste korral piisab, kui teame **üht** seost: seda, kuidas leida protsenti arvust. Ülejäänud probleemide lahendamisel tähistame tundmatu tähega x , paneme kirja vastava seose ja avaldame sealt tundmatu x .
2. Arvutamisel on soovitatav protsendid teisendada kümnendmurdudeks. Protsendimärki kasutatakse vaid algandmetes või vastuse esitamisel.

Näide 1.1.4. Müüja Malle teenindab tunnis 70 ostjat, müüja Tiiu 50 ostjat. Leida

- a) mitu protsenti on Malle töökiirus Tiiu omast suurem?
- b) mitu protsenti on Tiiu töökiirus Malle omast väiksem?

Lahendus.

Müüjate Malle ja Tiiu töökiiruste erinevus on $70-50=20$ ostjat tunnis.

- a) Leiame, mitu protsenti moodustab see erinevus Tiiu töökiirusest:

$$\frac{20}{50} = 0,4 = 40\%.$$

- b) Leiame, mitu protsenti moodustab töökiiruste erinevus Malle töökiirusest:

$$\frac{20}{70} \approx 0,286 = 28,6\%.$$

Vastus: a) Malle töökiirus on Tiiu omast 40% suurem. b) Tiiu töökiirus on Malle omast 28,6% väiksem. #

Eelmises näites nägime, et oluline on tähele panna, millisest arvust tuleb protsenti leida.

Näide 1.1.5. 2008. a. oli Eestis töötuse määr 5,5%, aga 2009. aastal juba 13,8%. Kas võib väita, et töötute arv suurenes 8,3%?

Lahendus.

Töötuse määr näitab töötute osatähtsust tööjõus, kus tööjõud on tööga hõivatute ja töötute summa. Kui 2008. aastal oli töötuse määr 5,5%, siis töötuid oli järelikult $0,055L$, kus L on tööjõud (ingl *AM labour, labor*). Aastal 2009 oli aga töötuid $0,138L$ (eeldame, et tööjõud jäi ligikaudu samaks). Töötute arvu muutus oli $0,138L - 0,055L = 0,083L$. Leiame, mitu protsenti moodustab see muutus esialgselt töötute arvust:

$$\frac{0,083L}{0,055L} \approx 1,51 = 151\% .$$

Vastus: töötute arv suurenes 151%. Töötuse määr muutus 8,3 **protsendipunkti**. #

Protsendimäära muutus esitatakse **protsendipunktides** (lüh. pp).

Protsendipunktides esitatakse intressimäära muutus, erinevate maksumäärade, protsentides väljendatud osakaalude ja muude protsendimäärade muutus. Protsendipunkt ei ole uus ühik. See on vaid väljend, mis näitab, et vaadeldavat suurust tuleb käsitleda kahe protsentides antud arvu vahena, aga mitte protsendimäärana mingist arvust.

Näiteid termini „protsendipunkt“ kasutamisest:

- „Kõrgharidusega ja põhiharidusega inimeste tööhõive määra erinevus on Eestis 35 protsendipunkti (OECD keskmine 27 pp). Kriisiaastatel 2007-2009 langes põhiharidusega inimeste tööhõive määr 10 protsendipunkti, samal ajal kõrgharidusega inimeste hõive langes 4,6 protsendipunkti.“ ([Ülevaade Eesti haridusstatistikast](#), www.valitsus.ee, 15.09.2011).
- „Euroopa Keskpannga (EKP) nõukogu tõstis intressimäärasid 0,25 protsendipunkti võrra.“ (majandus.delfi.ee, 7.04.2011).
- „Toetus Reformierakonnale kukkus kuuga seitsme protsendipunkti võrra.“ (www.postimees.ee, 17.12.2010).

Kui protsendimäär $b\%$ suureneb (väheneb) p **protsendipunkti**, siis $p\%$ on protsendimuut, mis liidetakse protsendimäärale (lahutatakse protsendimäärast) $b\%$.

$b\% + p\%$ protsendimäär $b\%$ suureneb p protsendipunkti;

$b\% - p\%$ protsendimäär $b\%$ väheneb p protsendipunkti.

Mõned näited:

Esialgne protsendimäär	Protsendimäära muutus	Uus protsendimäär
14%	suureneb 2 pp	16%
25%	väheneb 5 pp	20%
20%	suureneb 1,5 pp	21,5%

Näide 1.1.6. Erakonna A toetus kasvas viimasel kuul 15%-lt 20%-le. Mitu protsendipunkti kasvas toetus ja mitu protsenti kasvas toetajate arv?

Lahendus.

Erakonna toetuse määra muutus protsendipunktides $20\% - 15\% = 5$ pp.

Toetajate arvu suurenemine protsentides

$$\frac{5 \text{ pp}}{15\%} = \frac{0,05}{0,15} = \frac{1}{3} \approx 0,333 = 33,3\% .$$

Vastus: erakonna toetuse määr kasvas 5 protsendipunkti, toetajate arv kasvas 33,3%. #

Suurusi, mis avalduvad protsendi kümnendikuna, on mugavam esitada veel väiksema ühiku **promilli** abil. Nimetus „promill“ tuleneb ladinakeelsest väljendist *pro mille*, mis tähendab „tuhande kohta“. Promilli tähiseks on ‰ ja $1\text{‰} = 0,1\% = \frac{1}{1000} = 0,001$.

Promilli kasutatakse muu hulgas merevee soolsuse, vere alkoholisisalduse ja eesnime esinemissageduse näitamiseks. Näiteks on Läänemere soolsus idaosas umbes 2‰ ja järelikult üks kilogramm merevett sisaldab 2 grammi soola. Atlandi ookeani soolsus on tunduvalt suurem, umbes 35‰.

Demograafias kasutatakse promilli sündimuse üldkordaja, suremuse üldkordaja ja loomuliku iibe kordaja näitamiseks. **Sündimuse üldkordaja** (seda nimetatakse sageli lihtsalt **sündimus-kordajaks**) on mingi piirkonna kogu rahvastiku või mõne selle osa elussündide arv mingis ajavahemikus jagatuna vaatlusaluse rahvastiku keskmise suurusega selles ajavahemikus. Tavaliselt väljendatakse sündimuse üldkordajat promillides (1000 inimese kohta) ning ajavahemikuks võetakse üks aasta. Suurimad sündimuse üldkordajad on Lääne- ja Kesk-Aafrika riikides: Nigeris 50,73 promilli, Malis 49,82 promilli ja Ugandas 47,35 promilli. Kõige väiksemad sündimuse üldkordajad on Lääne-Euroopa riikides: Saksamaal 8,25 promilli,

Andorras 8,71 promilli ja Itaalias 8,72 promilli (Vikipeedia). Eestis oli sündimuse üldkordaja 1987. a. 16,16 ja 2010. aastal 11,81 promilli (Eesti Statistikaamet).

Promillides väljendatakse ka väärismetalli (kulla, hõbeda) sisaldust sulamis, mida nimetatakse sulami prooviks. Näiteks kui sõrmuse kullaproov on 750, siis see näitab, et puhast kulda on selles sõrmuses 750% ehk 75%.



ÜLESANDED

1.1.1. 2010. aastal oli Pärnu maakonnas töajõudu 40,7 tuhat inimest ja nende hulgas töötuid 6 tuhat. Rapla maakonnas oli samal aastal töajõudu 19,3 tuhat inimest, kelle hulgas oli töötuid 4 tuhat. Leida töötuse määr (töötute osakaal töajõus) kummaski maakonnas.

1.1.2. Kohvikus oli arve 7,6 eurot.

- a) Kui palju tuleks ettekandjale raha anda, et jootraha oleks täpselt 10% arvest?
- b) Mitu protsenti arvest on jootraha suurus siis, kui anda ettekandjale 8 eurot 50 senti?

1.1.3. Ettevõttes on 120 töötajat ja 30% on täienduskoolituse läbi teinud. Mitu töötajat peab veel täienduskoolitusel käima, et kõik oleksid selle läbi teinud?

1.1.4. Kui Jaan kulutab 65% oma jõudeajast televiisori vaatamiseks, ja seda teeb ta 13 tundi nädalas, siis mitu tundi on Jaanil nädalas jõudeaega?

1.1.5. Kui oli tehtud 45% ettenähtud tööst, maksti selle eest 90 eurot. Kui suur summa oli ettenähtud kogu töö tegemise eest?

1.1.6. Eramu omanik tellis ehitustööde ettevõttelt puitterrassi. Ettevõtja poolt esitatud hinnapakkumises oli materjalide maksumuseks märgitud 525 eurot ja tööraha 325 eurot, kogumaksumus 850 eurot. Terrassi ehitamise käigus selgus, et materjalide hind oli tõusnud ning peale töö valmimist esitatud arvel oli materjalide maksumus 5% esialgsest suurem.

- a) Mitu protsenti esialgses hinnapakkumises toodud terrassi kogumaksumusest oli materjalide maksumus ja mitu protsenti moodustas tööraha?
- b) Mitu protsenti suurenes terrassi kogumaksumus materjalide hinnatõusu tõttu?
- c) Mitu protsenti moodustas materjalide maksumus terrassi kogumaksumusest lõpus esitatud arvel?
- d) Kui ehitaja oleks hinnatõusust põhjustatud lisakulu materjalidele jätnud enda kanda ja poleks suurendanud terrassi kogumaksumust, mitu protsenti oleks siis vähenenud tööraha?

e)** Kuidas on seotud omavahel kolm suurust: materjalide hinnatõus 5%, materjalide maksumuse osakaal kogumaksumusest (leitud osas a) ning kogumaksumuse tõus protsentides (leitud osas b)?

1.1.7. Kaup hinnaga 200 eurot pandi odavale väljamüügile hinnaga 150 eurot. Leida, mitu protsenti on

- a) odava väljamüügi hind madalam esialgsest hinnast;
- b) esialgne hind kallim odava väljamüügi hinnast.

1.1.8. Oodatav eluiga on vastaval aastal sündinute keskmiselt elada jääv aastate arv. Aastal 2010 oli Eestis meeste oodatav eluiga 70,6 aastat ja naistel 80,5 aastat. Leida, mitu protsenti oli

- a) naiste oodatav eluiga pikem kui meestel;
- b) meeste oodatav eluiga lühem kui naistel.

1.1.9. Üheksandas klassis oli Viive taskuraha suurus 1,2% vanemate sissetulekust. Kui Viivi läks gümnaasiumi, lepiti peres kokku, et taskuraha määra suurendatakse 0,3 protsendipunkti võrra. Mitu protsenti suurenes Viivi taskuraha?

1.1.10. 2011. aastal oli töötuse määr riigis A 20% ja riigis B 15%. 2012. aastal vähenes töötuse määr mõlemas riigis ühe protsendipunkti võrra. Kas võib väita, et töötute arvu protsentuaalne vähenemine oli neis riikides ühesugune?

1.1.11. 2013. aasta 20. aprillil ilmus ajalehes Postimees artikkel pealkirjaga „Sotsiaaldemokraadid olid ka aprillis populaarseimad“. Artiklis avaldati Emori küsitluse andmed, mille käigus küsitleti 880 valimisealist kodanikku (vt tabelit). Mis on valesti artiklis esinenud lauses „Märtsis populaarsuselt teine olnud Keskerakond kaotas kuuga kahe protsendi jagu toetajaid (toetus aprillis 24 protsenti) ja langes kolmandale kohale“?

Toetus erakondadele

	märts	aprill
SDE	27%	27%
Reformierakond	25%	25%
Keskerakond	26%	24%
IRL	15%	13%
Rohelised	3%	3%
Konservatiivid	1%	3%

1.1.12. Kui palju on kulda ja kui palju muid metalle 7,2 grammi kaalavas kuldehtes, mille proov on a) 375; b) 585; c) 835? Vastus esitada kümnendiku grammi täpsusega.

1.1.13. 2006. aastal oli sündimuskordaja Harju maakonnas 13‰ ja Hiiu maakonnas 8‰. Mitu sündi registreeriti sel aastal nendes maakondades, kui rahvaarv oli neis vastavalt 521313 ja 10222 elanikku?

1.1.14. * Viivis on rahasumma, mille tasumist saab arve esitaja nõuda, kui arve maksja hilineb arve tasumisega. Viivise suurus sõltub tavaliselt arve summast ja hilinemispäevade arvust. Olgu ühe konkreetse arve peal kirjas, et maksetähtaja ületamisel tuleb maksta viivist, mis on 0,1% arve summast S iga hilinemispäeva eest. Leida võlgnevuse V (arve summa + viivis) sõltuvus päevade arvust n .

1.2. Protsentuaalne kasvamine ja kahanemine

Näide 1.2.1. 2009. aastal müüdi poes kaupa 250 tuhande euro eest. 2010. aastal kasvas kauba müük 24%. Mitme tuhande euro eest müüdi kaupa 2010. aastal?

Lahendus 1. $250 + 24\% \cdot 250 = 250 + 0,24 \cdot 250 = 250 + 60 = 310$.

Lahendus 2. $250 + 24\% \cdot 250 = 250 + 0,24 \cdot 250 = 250 \cdot (1 + 0,24) = 250 \cdot 1,24 = 310$.

Vastus: 2010. aastal müüdi kaupa 310 tuhande euro eest.

Teist lahenduskäiku on sobiv kasutada siis, kui oluline on vaid lõppväärtus ning pole vajadust leida, mitme ühiku võrra arv suurenes. Lõppväärtuse saame, kui esialgset väärtust korrutame vastava kordajaga, mis toodud näites on 1,24. Võib ka öelda, et me leiame 124% arvust 250. #

Kui arvu a tuleb suurendada $p\%$, st arvule a tuleb liita $p\%$ arvust a , siis korrutame arvu a kordajaga $(1 + 0,01p)$:

$$a + p\% \cdot a = a + 0,01pa = a(1 + 0,01p). \quad (1.2.1)$$

Mõned näited:

Suurenemise määr	Kordaja, millega korrutada
0,2%	1,002
5%	1,05
13%	1,13
200%	3
250%	3,5

Näide 1.2.2. Kauba müügihind on 55 eurot. Kampaania käigus alandatakse hinda 15%. Milline on kauba hind kampaania ajal?

Lahendus 1. $55 - 15\% \cdot 55 = 55 - 0,15 \cdot 55 = 55 - 8,25 = 46,75.$

Lahendus 2. $55 - 15\% \cdot 55 = 55 - 0,15 \cdot 55 = 55 \cdot (1 - 0,15) = 55 \cdot 0,85 = 46,75.$

Vastus: kampaania ajal on antud kauba hind 46,75 eurot. #

Kui arvu a tuleb vähendada $p\%$, st arvust a tuleb lahutada $p\%$ arvust a , siis korrutame arvu a kordajaga $(1 - 0,01p)$:

$$a - p\% \cdot a = a - 0,01pa = a(1 - 0,01p). \quad (1.2.2)$$

Mõned näited:

Vähendamise määr	Kordaja, millega korrutada
0,3%	0,997
5%	0,95
13%	0,87

Suurenemise korral tuleb arvu korrutada kordajaga, mis on **ühest suurem**. **Vähendamise** korral on vastav kordaja **ühest väiksem**.

Näide 1.2.3. Aastal 2008 vähendati Volli palka 15% ja aastal 2009 vähendati veel 10%. 2011. aastal aga palka tõsteti 25%. Mitu protsenti erineb 2011. aasta palk sellest palgast, mis oli enne vähendamist aastal 2008?

Lahendus.

Olgu Volli esialgne palk P . Aastal 2008 tuleb seda korrutada kordajaga 0,85, aastal 2009 korrutada veel kordajaga 0,9 ja aastal 2011 kordajaga 1,25. Palk aastal 2011 on

$$P \cdot 0,85 \cdot 0,9 \cdot 1,25 = 0,95625 P.$$

Erinevus esialgsest palgast P :

$$0,95625 P - P = (0,95625 - 1)P = -0,04375 P.$$

Leiame, mitu protsenti moodustab see esialgsest palgast:

$$\frac{-0,04375P}{P} = -0,04375 = -4,375\% \approx -4,4\% .$$

Vastus: 2011. aasta palk on Vollil 4,4% väiksem, kui oli enne vähendamist 2008. aastal. #

Näide 1.2.4. Kauba hind tõusis 6%, mille tõttu ostjad vähendasid selle kauba tarbimist 4% võrra. Mitme protsendi võrra muutusid ostjate kogukulud selle kauba ostmisel ehk tarbimiskulud?

Lahendus.

Paneme kirja hinna, tarbitava koguse ja tarbimiskulud enne ning pärast hinnatõusu:

	Enne hinnatõusu	Pärast hinnatõusu
Hind	p	$p' = 1,06p$
Tarbimiskogus	q	$q' = 0,96q$
Tarbimiskulud	$C = pq$	$C' = p'q'$

Asendame pärast hinnatõusu kehtivas tarbimiskulude avaldises hinna ja koguse:

$$C' = p'q' = 1,06p \cdot 0,96q = 1,06 \cdot 0,96pq = 1,0176pq = 1,0176C.$$

Vastus: tarbimiskulud suurenesid 1,76%. #

Näites 1.2.4 muutusid korraka kaks suurust, hind ja tarbimiskogus ning tuli leida, kuidas muutus nende suuruste korrutis. Sellisel juhul pannakse kirja kumbki suurus enne ja pärast muutust, samuti korrutis enne ja pärast muutust. Seejärel teostatakse vajalikud asendused ning arvutused. Niimoodi analüüsitakse, kuidas muutuvad tarbimiskulud, ettevõtte kogutulud jms. Samal moel leitakse protsentuaalset muutust, kui on antud kahe suuruse jagatis. Näiteks kuidas ettevõttes muutub tootlikkus (kogutoodang ühe töötaja kohta), kui muutuvad nii kogutoodang kui ka töötajate arv või kuidas muutub maksudest laekuv tulu ühe elaniku kohta, kui muutuvad nii elanike arv kui ka maksudest laekunud kogutulu. Vastavad seosed on järgmised:

tarbimiskulud = hind · tarbimiskogus , kogutulu = hind · toodete arv ,

$$\text{tootlikkus} = \frac{\text{kogutoodang}}{\text{töötajate arv}} , \quad \text{maksutulu elaniku kohta} = \frac{\text{maksutulu kokku}}{\text{elanike arv}} .$$

ÜLESANDED

1.2.1. Eelmisel kuul oli aktsia hind 9,5 eurot. Sellel kuul on hind kasvanud 4%. Kui eeldada, et kasv jätkub samas tempos, kui suur oleks aktsia hind järgmisel kuul?

1.2.2. Kaup alghinnaga 30 eurot lasti müüki soodushinnaga, allahindlusmäär oli 15%. Kui suur on soodushind?

1.2.3. Komisjonipoes hinnatakse kaup alla iga 20 päeva tagant, allahindlusmääraks on alati 20%. Ühel märtsikuu päeval toodi müüki kasukas hinnaga 250 eurot. Kui suur oli selle kasuka hind kaks kuud hiljem?

1.2.4. Riietepoe juhataja teab, et kui kuulutada välja allahindlus, on poes ostjaid oluliselt rohkem. Samal ajal ei soovi ta tegelikult kaupa alla hinnata. Seepärast laseb juhataja hinnalipikutele kirjutada uued, kõrgemad hinnad, siis need maha tõmmata ja hinnaks „peale allahindlust“ kirjutada kauba praegune hind. Vaateakendele laseb ta aga panna suured plakatid „ALLAHINDLUS 35%!“. Kui ülikonna hind on 195 eurot, siis milline summa tuleks hinnalipikule kirjutada hinnaks „enne allahindlust“, et „peale allahindlust“ 35% oleks hind ikka 195 eurot?

1.2.5. Bussipileti hinna tõstmisel 1,8 kordseks vähenes reisijate arv 25%. Kuidas muutusid bussiettevõtte kogutulud piletimüügist?

1.2.6. Ettevõtjal õnnestus uue tehnoloogia abil tõsta tootlikkust 25%. Samas kavatses ta kogutoodangut suurendada ainult 10% võrra. Mitme protsendi võrra peab ettevõtja vähendama töötajate arvu?

1.2.7. Aastal 2009 laekus maksudena valla eelarvesse 1 270 132,0 eurot. Seda nimetatakse maksutuluks. 2010. aastal kasvas valla elanike arv 4%, iga elaniku kohta laekuv maksutulu aga kahanes keskmiselt 11%. Kui palju laekus maksudena valla eelarvesse 2010. aastal?

1.2.8. Kalle pani tähele, et kui Malle tema juurde kolis, suurenes vee tarbimine 40% võrra. Mitu protsenti muutus aga vee tarbimine ühe inimese kohta?

1.2.9. * Omavalitsusele jäätmeveo teenust pakkuva ettevõttega sõlmitud lepingus on kirjas, et viie aasta jooksul ei tohi teenuse hind kasvada rohkem kui 10%. Teisel aastal tõusis hind 3%, kolmandal aastal 4% ja viiendal aastal 2%. Mitu protsenti tõusis hind viie aasta jooksul?

1.2.10. * Ülesandes 1.2.1 kasvas aktsia hind 4% kuus. Kui aktsia praegune hind on p , siis milline oleks aktsia hind n kuu pärast, kui iga kuu on kasv 4%?

1.2.11. ** Ülesandes 1.2.4 soovis riietepoe juhataja kuulutada välja allahindlust ilma tegelikku hindade alandamiseta. Selle asemel lasi ta kaupadele arvutada kõrgemad hinnad ja tegi allahindluse nendest hindadest. Mitu protsenti peavad kõrgemad hinnad olema esialgsetest suuremad, et peale allahindlusmäära 35% rakendamist oleks tulemuseks esialgne hind?

1.2.12. ** Kui piima hind on p ja tarbitud piima kogus kuus q , siis pere kulutused piimale kuus ehk tarbimiskulud on $p \cdot q$. Kui piima hind tõuseb 15%, siis mitu protsenti tuleb vähendada piima tarbimist, et piima tarbimiskulud jääksid samaks?

1.2.13. ** Kauba hinda tõsteti $r\%$, mille tulemusel tarbija vähendas selle kauba ostukogust $r\%$. Mitu protsenti muutusid tarbija kulutused sellele kaubale?

1.3. Hinnad, palgad, maksud

Maksude suurus määratakse enamasti protsendina ehk maksumäärana maksustatavast summast. Järgnevalt vaatleme lähemalt käibemaksu, tulumaksu ja sotsiaalmaksu arvutamise seotud probleeme ning sellega seonduvalt hinnakujundust kaupluses ja palgaga seotud arvutusi. Tutvume mõistetega brutopalk, netopalk ja tööjõukulud.

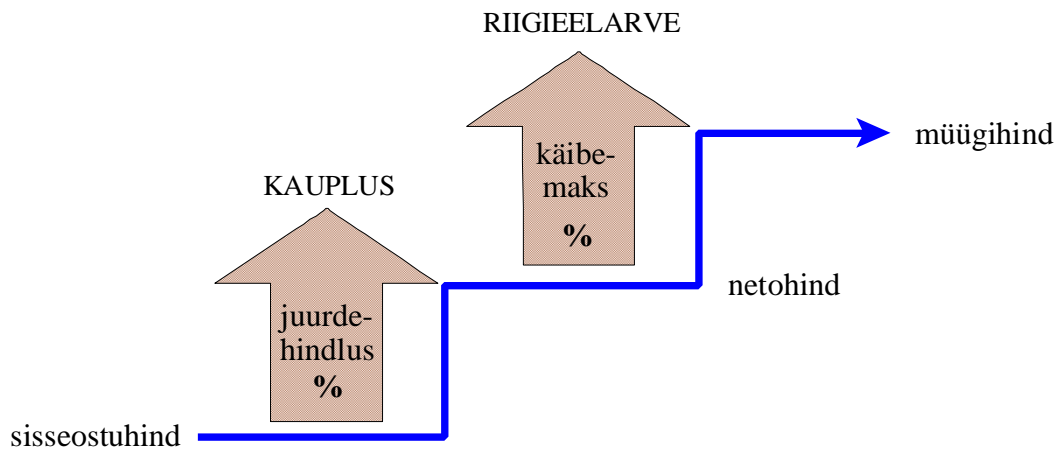
Kuidas kujuneb kaupluses kauba müügihind?

Kaupluse hinnakujundus	
sisseostuhind	SH
+ juurdehindlus (kulud + kasum)	JH
= netohind (hind ilma käibemaksuta)	$NH = SH + JH$
+ käibemaks	KM
= müügihind (hind koos käibemaksuga)	$MH = NH + KM$

Sisseostuhind on hind, millega kaupa ostetakse kohalikult tootjalt või maaletoojalt. Sellele lisatakse kaupluse poolt **juurdehindlus**, mis sisaldab kauba transpordiks ja müügiks tehtud kulutusi (müügihindade rent, kommunaalkulud, töötajate palgad) ning kaupluse kasumit. Tugevas hinnakonkurentsis või majandussurutise ajal võib kasum ka puududa. Juurdehindlus antakse protsendina sisseostuhinnast, see on **juurdehindlusmäär**. Juurdehindlusmäär ei ole kõikidel kaupadel ühesugune, näiteks toidukaupadel on see tavaliselt madalam, rõivastel kõrgem (vt ülesanne 1.3.17). Sageli kasutatakse termini „juurdehindlusmäär“ asemel terminit „**kaubanduslik marginaal**“.

Netohind on hind, mis saadakse, kui sisseostuhinnale lisatakse juurdehindlus. Sellele ei ole veel käibemaksu lisatud ja seepärast märgitakse arvetel ja ostutšekkidel selle kohta „Hind ilma käibemaksuta“.

Käibemaks on kauba või teenuse müüja poolt riigieelarvesse makstav maks, mis sõltub käibest ja käibemaksumäärast. Käive on kaupade või teenuste müügist saadav tulu. (NB! Tulu ei tohi



Joonis 1.3.1. Kaupluse hinnakujundus

segi ajada kasumiga, mis on tulu miinus kulu). **Käibemaksumäär** näitab, mitu protsenti maksustatavast käibest on käibemaks. 1. mail 2010 jõustunud Käibemaksuseadusega kehtestati Eestis käibemaksu standardmääraks 20% (enne seda oli 18%). Mõnede toodete või teenuste korral rakendatakse ka määra 9% või 0% (vt Tolli- ja Maksuameti kodulehekülj <http://www.emta.ee> Ärikliendile -> Maksud ja aktsiisid -> Käibemaks).

Kauba **müügihind** on hind, millega tarbija kaupa või teenust ostab ja mis on märgitud hinnasildile. Müügihind saadakse, kui netohinnale lisatakse käibemaks. Selguse mõttes märgitakse tihti selle kohta „Hind koos käibemaksuga“.

Järgnevate näidete ja ülesannete korral tuleks arvestada seda, et vaba hinnakujunduse korral võib kauba müüja (st poe omanik) juurdehindlusmäära vabalt valida. Käibemaksumäär on aga riiklikult kehtestatud ja see on kõikides näidetes 20% (2013. aasta maksumäär).

Näide 1.3.1. Kauplus ostab lihatööstuselt sealiha hinnaga 3 €/kg. Leida 1 kg sealiha netohind ja müügihind, kui juurdehindlusmäär on 25% sisseostuhinnast ja käibemaksumäär on 20% netohinnast.

Lahendus.

Sisseostuhind	SH	= 3.	
Juurdehindlus	JH	= 0,25 SH .	
Netohind	$NH = SH + JH$	= $SH + 0,25 SH = 1,25 SH$	= $1,25 \cdot 3 = 3,75$.
Käibemaks	KM	= 0,2 NH .	
Müügihind	$MH = NH + KM$	= $NH + 0,2 NH = 1,2 NH$	= $1,2 \cdot 3,75 = 4,50$.

Vastus: 1 kilogrammi sealiha netohind selles poes on 3,75 eurot ja müügihind 4,50 eurot. #

Näide 1.3.2. Veiseliha müügihind on selles poes 4,00 €/kg. Kuisuur on veiseliha sisseostuhind, kui juurdehindlusmäär on sama, mis sealihal?

Lahendus.

Seos müügihinna MH ja netohinna NH vahel

$$MH = 1,2 NH.$$

Avaldame sellest netohinna

$$NH = \frac{MH}{1,2}.$$

Kuna juurdehindlusmäär on 25%, siis seos netohinna NH ja sisseostuhinna SH vahel:

$$NH = 1,25 SH.$$

Avaldame siit sisseostuhinna

$$SH = \frac{NH}{1,25}.$$

Kasutame eespool leitud netohinna avaldist ja leiame sisseostuhinna müügihinna kaudu:

$$SH = \frac{NH}{1,25} = \frac{MH/1,2}{1,25} = \frac{MH}{1,25 \cdot 1,2}.$$

Veiseliha müügihind oli $MH = 4,00$. Arvutame sisseostuhinna ja ümardame sendi täpsuseni:

$$SH = \frac{MH}{1,25 \cdot 1,2} = \frac{4}{1,25 \cdot 1,2} \approx 2,67.$$

Kontroll: lähtudes leitud sisseostuhinnast, leiame müügihinna

$$MH = 2,67 \cdot 1,25 \cdot 1,2 = 4,005 \approx 4.$$

Kontroll kehtib ligikaudu, sest sisseostuhinna SH väärtust 2,67 on ümardatud.

Vastus: veiseliha sisseostuhind on selles poes 2,67 €/kg. #

Näide 1.3.3. Kaupluse juhataja teab, et läheduses asuval turul on veiseliha müügil hinnaga 3,80 €/kg. Kui ta tahab müüa veiseliha sama hinnaga mis turul, kui suure juurdehindlusmäära peab juhataja veiselihale valima? Veiseliha sisseostuhind on leitud eelmises näites.

Lahendus.

Kui juurdehindlusmäär on tundmatu, siis netohinna saamiseks tuleb sisseostuhinda korrutada tundmatu kordajaga x :

$$NH = SH \cdot x.$$

Avaldame tundmatu x :

$$x = \frac{NH}{SH}.$$

Netohind müügihinna kaudu

$$NH = \frac{MH}{1,2}.$$

Asetame selle tundmatu x avaldisse

$$x = \frac{NH}{SH} = \frac{MH/1,2}{SH} = \frac{MH}{1,2 SH}.$$

Arvestades, et $MH = 3,80$ ja $SH = 2,67$, leiame kordaja juurdehindluse jaoks

$$x = \frac{MH}{1,2 SH} = \frac{3,80}{1,2 \cdot 2,67} \approx 1,186.$$

Vastus: veiseliha juurdehindlusmäär peab olema 18,6%. #

Näide 1.3.4. Leiame, kui palju teenib kauplus 1 kg veiseliha müügist kasumit, kui sisseostuhind on 2,67 €/kg, juurdehindlusmäär 18,6% ja kulud on 10% sisseostuhinnast.

Lahendus.

Juurdehindlus (kulud + kasum) on $0,186 \cdot 2,67 \approx 0,5$ eurot. Kulud 1 kg veiseliha kohta on $0,1 \cdot 2,67 \approx 0,27$ eurot. Kasumiks jääb $0,5 - 0,27 = 0,23$ eurot.

Vastus: 1 kg veiseliha müümisel teenib kauplus kasumit 23 senti. #

Näide 1.3.5. Mari teenis suvisel koolivaheajal raha ja ostis endale sügisel uue nutitelefoni, mis maksis 239 eurot. Kui suur oli käibemaks?

Lahendus.

Käibemaks on 20% netohinnast

$$KM = 0,2 NH.$$

Mari poolt makstud 239 eurot on aga müügihind, mis saadakse, kui netohinnale lisatakse käibemaks:

$$MH = NH + KM = NH + 0,2 NH = 1,2 NH.$$

Käibemaksu leidmiseks avaldame siit netohinna

$$NH = \frac{MH}{1,2} = \frac{239}{1,2} \approx 199,17.$$

Käibemaks on müügihinna ja netohinna vahe

$$KM = MH - NH = 239 - 199,17 = 39,83.$$

Vastus: käibemaks oli 39 eurot ja 83 senti. #

Kui inimene teeb tööd ja saab selle eest palka, siis ta müüb oma tööd kui kaupa. **Brutopalk** on palk, mida töötajale arvestatakse vastavalt tehtud töö hulgale ja kvaliteedile. Brutopalgast arvestatakse kindla eeskirja järgi maha töötuskindlustusmaks, kogumispensioni makse ja tulumaks. Järele jääb töötajale väljamakstav **netopalk**, see kantakse töötaja pangakontole või makstakse välja sularahana ja seda on võimalik kulutada oma vajaduste rahuldamiseks.

Töötuskindlustus on sundkindlustus, mis kindlustab töötajale hüvitised töötuks jäämise, kollektiivse koondamise ning tööandja maksejõuetuse korral. Hüvitisi rahastatakse töötuskindlustusmaksetest laekunud rahast. Töötuskindlustust maksavad nii tööandja kui ka töötaja, maksemäär antakse protsendina töötaja brutopalgast ning see võib tööandjale ja töötajale olla erinev. Töötuskindlustusmaksed määrad 2013. aastal: töötajale 2% ja tööandjale 1% töötajale makstud töötasust (brutopalgast).

Kohustuslik kogumispension ehk pensioni II samm tähendab seda, et inimene kogub oma pensioni ise, makstes teatud osa brutopalgast pensionifondi. Kogumispensioniga liitumine on kohustuslik alates 1983. aastast sündinud inimestele. Makse tasumise õigus ja kohustus tekib isiku 18-aastaseks saamisele järgneva aasta 1. jaanuaril. Enne 1983. a sündinud isikutele on liitumine vabatahtlik. (<http://www.pensionikeskus.ee>)

Tulumaks on sissetulekutelt võetav maks. Üks osa tulumaksust laekub kohalikule omavalitsusele ja teine osa riigieelarvesse. Tulumaks leitakse protsendina üksikisiku maksustatavast tulust, seda protsenti näitab **tulumaksumäär**. Üksikisikutele on tulumaksumäär alates 2008. aastast 21% maksustatavast tulust. **Maksustatav tulu** on isiku poolt saadud kogutulu (palgatulu, ettevõtlustulu jm), millest on maha lahutatud **maksuvaba tulu** ning seadusega ettenähtud maksuvabad kulud. Näiteks 2013. aastal on maksuvaba tulu 1728 eurot aastas ehk 144 eurot kuus. Tulumaksuga ei maksustata töötuskindlustuse ja kohustusliku kogumiskindlustuse makseid ning maksustatava tulu leidmisel lahutatakse ka need brutopalgast. **Tuludeklaratsiooni** täitmisel võib aastasest brutotulust enne tulumaksu leidmist maha arvata veel mõningad seadusega määratud kulud: koolituskulud, täiendav maksuvaba tulu lapse ülalpidamisel (alates teisest lapsest), eluasemelaenu intressid jm.

Kehtiv maksureeglistik on toodud Maksu- ja Tolliameti veebilehel <http://www.emta.ee>. Bruto- või netopalga arvutamine hetkel kehtivate maksumääradega on mugav veebipõhise palgaarvutajaga, mis asub aadressil <http://www.kasulik.ee/>.

Näide 1.3.6. Kuidas toimub netopalga arvutus juhul, kui brutopalgaks on 700 eurot kuus?

2013. a. maksusüsteem	Summa (eurot)	Arvutuskäik
Brutopalk	700	
Töötuskindlustusmakse (määr 2%)	14	$= 700 \cdot 0,02$
Kogumispensioni makse (määr 2%)	14	$= 700 \cdot 0,02$
Maksuvaba tulu kuus	144	
Tulumaksuga maksustatav tulu	528	$= 700 - 14 - 14 - 144$
Tulumaks (määr 21%)	110,88	$= 528 \cdot 0,21$
Netopalk	561,12	$= 700 - 14 - 14 - 110,88$

#



Moodles on näide „Netopalga arvutus“, kus saab kasutada hetkel kehtivaid maksumäärasid.

Sotsiaalmaks on mõeldud riiklikuks pensioni- ja ravikindlustuseks vajaliku raha kogumiseks. Sotsiaalmaksu maksab tööandja (st ettevõtte) ja selle määr on 33% töötajatele väljamakstud töötasudelt (brutopalgalt). Ettevõtte **tööjõukulu** on töötajale väljamakstud töötasu (brutopalk, preemiad, lisatasud) pluss sotsiaalmaks ja ettevõtte töötuskindlustusmaks.

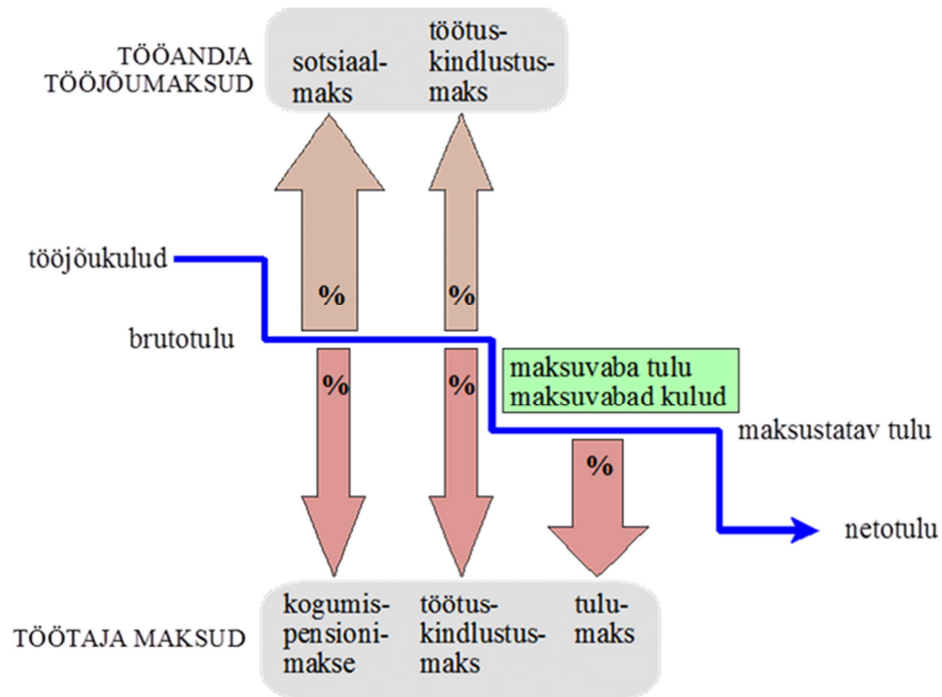
Näide 1.3.7. Vaatame, kuidas toimub tööandja tööjõukulu arvutus juhul, kui töötaja brutopalgaks on 700 eurot kuus.

2013. a. maksusüsteem	Summa (eurot)	Arvutuskäik
Brutopalk	700	
Sotsiaalmaks (määr 33%)	231	$= 700 \cdot 0,33$
Töötuskindlustusmaks (määr 1%)	7	$= 700 \cdot 0,01$
Tööjõukulu	938	$= 700 + 231 + 7$

#



Moodles on näide „Tööjõukulude arvutus“, kus saab kasutada kehtivaid maksumäärasid.



Joonis 1.3.2. Tööandja ja töötaja tööjõumaksud.

Näide 1.3.8. Eelmisel kuul oli ettevõtte kõigi töötajate töötasu kokku 24849 eurot. Kui suur oli ettevõtte tööjõukulu, kui sotsiaalmaksumäär on 33% ja töötuskindlustusmaksu määr ettevõttele 1% töötasust?

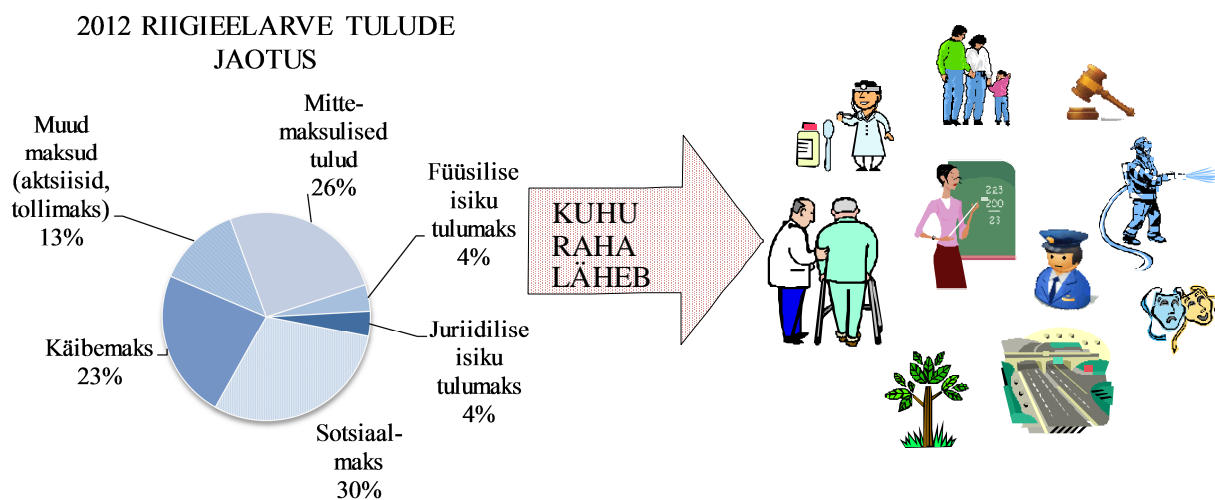
Lahendus.

Tööjõukulu saame, kui väljamakstud töötasu suurendame 34% võrra, milleks korrutame seda kordajaga 1,34:

$$24849 \cdot 1,34 = 33297,66.$$

Vastus: ettevõtte tööjõukulu kokku oli 33297,66 eurot. #

Joonisel 1.3.3 on vasakul toodud Eesti 2012. aasta riigieelarve tulude jaotus, millelt näeme, kui suure osa annavad erinevad maksud. Lisaks töötasust makstavale tulumaksule (füüsilise isiku tulumaks) maksavad tulumaksu ka ettevõtted (juriidilise isiku tulumaks). Mittemaksulised tulud on näiteks riigilõiv, riigiettevõtetest saadav tulu, tulud riigile kuuluvatelt varadelt jms. Joonise paremal pool on põhilised valdkonnad, mida rahastatakse riigieelarvest: sotsiaalne kaitse, tervishoid, haridus, valitsussektori kulutused, avalik kord, keskkonnakaitse jt.



Joonis 1.3.3. 2012. aasta riigieelarve tulude jaotus ja põhilised valdkonnad, mis saavad raha riigieelarvest.

Eesti riigieelarve interaktiivne visualisatsioon on toodud veebilehel <http://meieraha.eu>. Seal saab igauks ise järele proovida, kuidas erinevate tululiikide muutmine mõjutab erinevaid kulusid ning eelarvet tasakaalustada või hoopiski tasakaalust välja viia.

Ü! ÜLESANDED

Kuna maksumäärad võivad muutuda igal aastal ja soovitav on ülesanded teha hetkel kehtivate maksumääradega, siis selle alapeatüki ülesanded ei ole õpikus toodud. Ülesanded koos vastustega on CDF formaadis (*Computable Document Format*) dünaamilist teksti sisaldaval töölehel õpikeskkonnas Moodle „Peatüki 1.3 ülesanded ja vastused (muudetavad maksumäärad)“. Seal tuleb sisestada kehtivad maksumäärad ning ülesannete tekst ja vastused muutuvad automaatselt. Õpetaja poolt võib see muutmine olla tehtud ning Moodle's võib olla ka kehtivate maksumääradega pdf formaadis ülesannete leht. Lisaks on Moodle's ülesanded 2013. aasta maksumääradega (pdf fail).

KÜSIMUSED KORDAMISEKS

1. Mis on maksumäär?
2. Milleks kasutatakse protsendipunkti?
3. Mis on promill?
4. Kuidas toimub kaupluses hinnakujundus?
5. Mida sisaldab kaupluse juurdehindlus?
6. Milline hind on käibemaksu arvutamise aluseks?

7. Kuidas leitakse netopalk?
8. Miks on vaja täita tuludeklaratsiooni?
9. Mis otstarbel kogutakse töötuskindlustusmaksu?
10. Mis otstarbel kogutakse sotsiaalmaksu?
11. Millest koosnevad ettevõtja tööjõukulud?
12. Milleks kasutatakse riigieelarvesse laekunud raha?



Test mõistete kohta asub e-õppekeskkonnas *Moodle*.



KIRJANDUST LUGEMISEKS

Telgmaa, A. Rahandusküsimusi koolimatemaatikas. Tallinn, Avita, 1997. Lk 5-16.

Ettevõtlikkusest ettevõtluseni: gümnaasiumiõpik. Toimetajad T. Saal jt. Tallinn, SA Teadlik Valik, 2012. Lk 117-120.

Majandusõpik gümnaasiumile. Koostajad ja autorid L. Kulu jt. Tallinn, Junior Achievement Eesti AS, 2011. Lk 151-158.



ÜLESANNETE VASTUSED

1.1.1. Pärnu maakonnas 14,7%, Rapla maakonnas 16,1%. **1.1.2.** a) 8,36 eurot; b) 11,8%.
1.1.3. 84. **1.1.4.** 20 tundi. **1.1.5.** 200 eurot. **1.1.6.** a) Materjalide maksumus 61,8% ja tööraha 38,2%; b) 3,1%; c) 62,9%; d) 8,1%; e) arvuline seos $5\% \cdot 61,8\% \approx 3,1\%$. Ligikaudsus tuleneb sellest, et ümardasime arvutustulemusi, tegelikult on seos täpne. Kui hinnatõus protsentides on r , materjalide maksumuse osakaal kogumaksumusest m ja kogumaksumuse tõus protsentides p , siis $p = m \cdot r$. **1.1.7.** a) 25%; b) 33,3%. **1.1.8.** a) 14,0%; b) 12,3%. **1.1.9.** 25%. **1.1.10.** Ei või väita. Riigis A vähenes töötute arv 5%, riigis B 6,7%. **1.1.11.** Keskerakonna toetus kahanes kahe protsendipunkti võrra. Toetajaid kaotas Keskerakond ligikaudu 8%. **1.1.12.** a) 2,7 g kulda ja 4,5 g muid metalle; b) 4,2 g kulda ja 3,0 g muid metalle; d) 6,0 g kulda ja 1,2 g muid metalle.
1.1.13. Harju maakonnas 6777 sündi, Hiiu maakonnas 82 sündi. **1.1.14.** $V=S(1+0,001n)$.
1.2.1. 10,28 eurot. **1.2.2.** 25,5 eurot. **1.2.3.** 128 eurot. **1.2.4.** 300 eurot. **1.2.5.** Suurenes 35%.
1.2.6. Vähendama 12%. **1.2.7.** 1175634,2 eurot. **1.2.8.** Vähenes 30%. **1.2.9.** 9,26%.
1.2.10. $1,04^n p$. **1.2.11.** 53,8%. **1.2.12.** 13%. **1.2.13.** Vähenesid $0,01r^2\%$.

Alapeatüki 1.3 ülesannete vastused on koos ülesannete tekstidega *Moodles*.