

Matemaatika II

Kontrolltöö 1 kordamisülesanded

Ülesanne 1

a) On antud matriksid $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ja arv $\alpha = 2$. Leida $A^T B + \alpha C$.

Vastus: $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$

b) On antud matriksid $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ja $B = (2 \ 4 \ 1)$. Leida $AB - 4E$ ning $4BA$.

Vastus: $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 8 & 12 & 4 \\ 6 & 12 & -1 \end{pmatrix}$; (84)

c) On antud matriks $R = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 5 & -4 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. Leida $R^{-1} \cdot R^T$.

Vastus:

$$\begin{pmatrix} -\frac{9}{2} & \frac{79}{2} & \frac{73}{2} \\ -\frac{13}{2} & \frac{99}{2} & \frac{89}{2} \\ -\frac{17}{2} & \frac{141}{2} & \frac{129}{2} \end{pmatrix}$$

d) Kontrollida, kas $DK = KD$, kui $D = (1 \ 2)$, $K = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

Vastus: $DK = (13 \ 16)$; KD ei ole võimalik leida

e) Arvutada $3A \cdot B^T - 4E$, kui $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ja $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & -1 \\ 0 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Vastus:

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 18 & -27 \\ 0 & -13 & -27 & 36 \\ -24 & 15 & -13 & 18 \\ 36 & -27 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

f) Arvutada: $2A^T A - 3E$, kui $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

Vastus:

$$\begin{pmatrix} 47 & -20 & 40 & 32 \\ -20 & 7 & -10 & -18 \\ 40 & -10 & 47 & 10 \\ 32 & -18 & 10 & 31 \end{pmatrix}$$

g) Leida $5F^2 - 2FF^T + F^{-1}$, kui $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

Vastus: $\frac{1}{15} \begin{pmatrix} 536 & 118 & -514 \\ 872 & -704 & -28 \\ 863 & 559 & -1732 \end{pmatrix}$

Ülesanne 2

a) Leida determinandi $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ väärtus vabalt valitud meetodiga. (Vastus: -82)

b) Leida determinandi $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & 2 & 7 \end{vmatrix}$ väärtus, arendades kolmanda veeru järgi. (Vastus: 73)

c) Leida determinandi $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 & -4 \\ 2 & 1 & 7 & 1 \\ 6 & 4 & 7 & -8 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ väärtus kasutades determinandi omadusi ning arendusteoreemi. (Vastus: 773)

d) Leida determinandi $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$ väärtus vabalt valitud meetodiga. (Vastus: 8)

Ülesanne 3

Lahendada maatriksvõrrandid

a) $A^{-1} - X = B$, kui $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0,4 \\ 4 & -0,2 \end{pmatrix}$,

Vastus: $X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$,

b) $B^{-1}XA^{-1} = C^{-1}$, kui $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$.

Vastus: $\begin{pmatrix} -44 & 12 \\ -12 & 0 \end{pmatrix}$

c) $XA = B$, kui $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -7 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

Vastus: $X = \begin{pmatrix} -14 & 47 & 12 \\ 7 & -24 & -7 \\ 3 & -9 & 0 \end{pmatrix}$

d) $2A^{-1}X + 3B = C$, kui $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$.

Vastus: $\begin{pmatrix} -19 & 33,5 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$